

Propiedades de la igualdad

Aprendizaje esperado: Resolverás problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Lección 1 ¿Qué significa la igualdad?



1. Lee el enunciado y haz lo que se pide.

Luisa escribió una expresión para describir el siguiente enunciado para su clase de Matemáticas: “A un número lo multiplicas por 5 y al resultado le sumas 10”. Luisa escribió la expresión algebraica $5n = 5n + 10$.

- Revisa la expresión con que Luisa representó el enunciado.
- Utiliza el valor $n = 2$ en la expresión que escribió Luisa. ¿Se cumple la igualdad? ¿Por qué? _____

 - Utiliza los valores $n = 5$ y $n = 0$. ¿Se cumple la igualdad? ¿Qué concluyes? _____

- ¿Es correcta la expresión algebraica que escribió Luisa? ¿Por qué? _____

- Revisa el enunciado que Luisa debía describir. ¿Requiere el uso de una igualdad? ¿Por qué? _____

- ¿Cómo le explicarías a Luisa qué significa la igualdad entre dos expresiones algebraicas? _____

- Escribe una expresión algebraica que simbolice correctamente el enunciado.

 - Revisa tus respuestas con tus compañeros y válidenlas con ayuda de su profesor.

Expresiones equivalentes



1. Reúnete con un compañero, lean la situación y respondan.

Raúl fue a la tienda y compró un paquete de videos que le costó \$1 000. Raúl pagó con dos billetes de \$500.

- ¿Hizo Raúl el pago correcto? ¿Por qué? _____

- Escriban su argumento como una expresión numérica. _____

- c. ¿Qué significa el signo de igual en la expresión que escribiste? Elijan entre las opciones siguientes. Después justifiquen su respuesta.
- Indica el resultado de una operación.
 - Indica que los dos lados de la igualdad son equivalentes, es decir, representan exactamente lo mismo.

- d. Otro día Raúl volvió a la tienda y compró dos videojuegos por \$500 cada uno. Esta vez pagó con un billete de \$1 000.

- ¿Hizo Raúl el pago correcto? ¿Por qué? _____

- e. Escriban su argumento como una expresión numérica. _____

- f. ¿Qué significa el signo de igual en la expresión que escribieron? _____

- **Comparen las respuestas de los incisos b y e con otra pareja. Después analicen la siguiente información en grupo y corrijan sus respuestas si es necesario.**

Dos expresiones algebraicas son equivalentes si al sustituir la o las variables por los mismos valores, el resultado en ambas es el mismo.

Por ejemplo, $(n + 2)^2$ y $n^2 + 4n + 4$ son equivalentes ya que

$$(n + 2)^2 = (n + 2) \times (n + 2) = n^2 + 2n + 2n + 4 = n^2 + 4n + 4$$

El signo = se puede usar para representar una relación de equivalencia, es decir, indica que las expresiones numéricas o algebraicas de su izquierda y de su derecha son equivalentes.

2. Analiza las expresiones y escribe si son o no equivalentes y por qué.

$3n + 4$ y $4 + 3n$: _____

$3n + 4$ y 7 : _____

Practicar para avanzar



Haz en tu cuaderno lo que se pide.

1. Indica si las expresiones algebraicas son o no son equivalentes y justifica por qué.

a. $15y + 35$ y $5(3y + 7)$

b. $(3 + 8)^2$ y $3^2 + 8$

c. $(4 - 2)^2$ y $(4a + 2)(4 - 2)$

2. Escribe una expresión equivalente a la de cada inciso.

a. $6(4z - 3)$

b. $(8^3)(8^{-2})$

c. $4n + 5n - 12n$

d. $\frac{5^5}{5^{-2}}$

1. Analicen en parejas cada situación y respondan en el cuaderno.

En una tarea sobre ecuaciones, Gerardo no entendía por qué algunos compañeros tenían resultados distintos al suyo. La solución de la ecuación $3x - 4 = 2$ que él obtuvo era $x = 2$, pero uno de sus compañeros obtuvo $2 = x$.

En otro problema, Gerardo tenía las condiciones $7x + 2y = 22$, con $y = 4$ y no sabía qué hacer, pero su compañero decía que $x = 2$.

En la última actividad preguntaba que, si un perro pesa lo mismo que un gato, y el gato pesa lo mismo que tres ardillas, ¿qué puede concluirse sobre el peso del perro y el de las tres ardillas? Gerardo y su compañero consideraban que el perro pesa lo mismo que las tres ardillas, pero no lo podían justificar.

- ¿Quién tiene la respuesta correcta en la primera ecuación? ¿Por qué?
- ¿Es correcta la respuesta del compañero de Gerardo para la ecuación $7x + 2y = 22$? ¿Por qué?
- ¿Están de acuerdo con la respuesta de Gerardo y su compañero a la última pregunta? ¿Cómo la justificarían?

2. Contesten en parejas. Escriban sus respuestas en el cuaderno.

- ¿La igualdad $x = x$ es válida para cualquier valor de x ?
 - ¿La propiedad anterior significa que todas las veces que aparece x en una ecuación se refiere al mismo número o puede cambiar?
 - Lean las palabras *oso* y *reconocer* empezando por el final. ¿Dicen lo mismo?
 - ¿Qué sucede en el caso de las expresiones $a = b$ y $b = a$?
 - Representen con literales el problema del perro de la actividad anterior.
 - ¿Cómo explicarían esta propiedad de la igualdad con palabras?
- Revisen sus respuestas con su profesor. Luego lean la siguiente información.

Las propiedades de la igualdad que definen una relación de equivalencia son:

Reflexividad: Un número siempre es igual a sí mismo. Es decir, $x = x$. Por ejemplo, $3 = 3$.

Simetría: El orden de los términos en la igualdad no importa. Es decir, si $x = y$, entonces $y = x$. Por ejemplo, si $x = 5$, entonces $5 = x$.

Transitividad: Dos números iguales a un tercer número son iguales entre sí. Esto es, si $x = y$, y además $y = z$, entonces $x = z$. Por ejemplo, si $x = 2$ y $a = 1 + 1$, entonces $x = 1 + 1$.

Sustitución: Si $x = y$ entonces x se puede sustituir por y en cualquier expresión. Por ejemplo, si $x = -6$ y $y = 3x + 2$, entonces $y = 3(-6) + 2 = -18 + 2 = -16$.

Suma de equivalencias: Los dos lados de dos ecuaciones pueden sumarse o restarse respetando la igualdad y la igualdad no se altera. Esto es, si $a + b = j$ y $c + d = k$, entonces $(a + b) \pm (c + d) = j \pm k$. Por ejemplo, si $3 + 4 = 7$ y $-5 + 2 = -3$, entonces $(3 + 4) - (-5 + 2) = 7 - (-3)$.

3. Analiza la solución de la siguiente ecuación. Describe qué se hizo en cada paso de la solución y si cambió o no la ecuación original.

$$3x + 4 - 3x = 7x + 2 - 3x$$

$$4 = 4x + 2$$

$$4 - 2 = 4x + 2 - 2$$

$$2 = 4x$$

$$\frac{2}{4} = \frac{4x}{4}$$

$$\frac{1}{2} = x$$

- Revisa tus respuestas con dos compañeros y coméntenlas con el profesor. Escribe tus conclusiones en tu cuaderno.

Otras propiedades de la igualdad que la relacionan con las operaciones son:

- 1) Si $x = y$ entonces $x \pm z = y \pm z$. Es decir, si en una igualdad se **suma o resta** el mismo número de los dos lados, la igualdad no se altera.
- 2) Si $x = y$, $z \neq 0$, entonces $xz = yz$. Es decir, si en una igualdad se **multiplica** el mismo número de los dos lados, la igualdad no se altera.
- 3) Si $x = y$, $z \neq 0$, entonces $\frac{x}{z} = \frac{y}{z}$. Es decir, si en una igualdad se **divide** el mismo número (distinto de cero) de los dos lados, la igualdad no se altera.

Las propiedades de la igualdad nos permiten escribir **equivalencias** de expresiones algebraicas para simplificarlas. Además, en el caso de las ecuaciones y de los sistemas, nos sirven para encontrar la solución.

- Retomen la actividad 1 y comenten, para cada caso, qué propiedades de la igualdad utilizaron en el proceso de solución de la ecuación.

Aplica lo que aprendiste.

1. Analiza la solución del siguiente sistema de ecuaciones, cópiala en tu cuaderno y describe la propiedad que se usó en cada paso.

i. $2x + 3y = 12$

$$-2x + 12y = -40$$

ii. $2x + 3y = 12$

$$0x + 15y = -28$$

iii. $2x + 3y = 12$

$$y = -\frac{28}{15}$$

iv. $2x + 3\left(-\frac{28}{15}\right) = 12$

$$y = -\frac{28}{15}$$

v. $2x - \frac{28}{5} = 12$

$$y = -\frac{28}{15}$$

vi. $x = \frac{88}{10}$

$$y = -\frac{28}{15}$$

- Validen en grupo sus respuestas. Expliquen por qué eligieron las propiedades para cada paso y corrijan si es necesario. Luego comenten por qué es importante conocer las propiedades de la igualdad para resolver sistemas de ecuaciones.

