Secuencia didáctica

19

Aprendizaje esperado: Resolverás problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Contenido: Resolverás problemas mediante la formulación y solución gráfica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Una, ninguna o una infinidad

Exploro

Glosario

variación lineal. Dos magnitudes, x y y, varían en forma lineal si cada vez que x varía en una cantidad fija, el cambio en y siempre es el mismo. El conjunto de puntos (x, y) que representa esta variación está sobre una recta.

1. Haz lo que se pide.

Las magnitudes x y y **varían** en forma **lineal** de acuerdo con las siguientes relaciones:

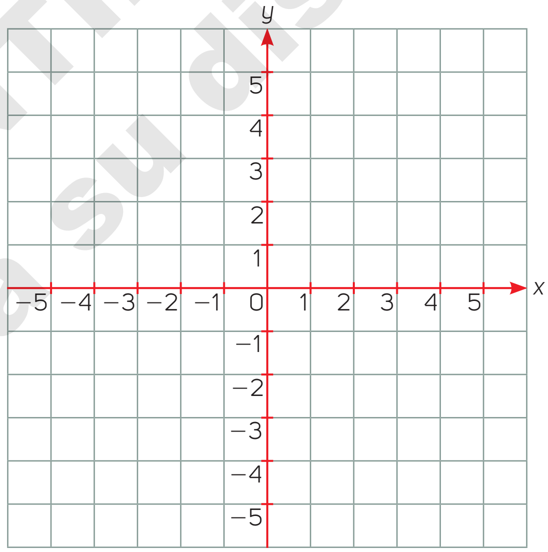
$$y = 2x - 1$$
$$y = -x + 2$$

a) Escribe los datos faltantes en las tablas.

x	−2	−1	0	1	2	3
$y = 2x - 1$						

x	−2	−1	0	1	2	3
$y = -x + 2$						

b) En el plano cartesiano, traza las rectas correspondientes a cada relación. Usa colores diferentes para cada recta.



c) ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde se cortan las rectas?

$x =$ ______ $y =$ ______

d) Comprueba que x y y satisfacen las dos relaciones. ______________________

____

____

____

- Compara tus respuestas con el resto del grupo. Si detectas errores, corrígelos.

Construyo

2. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

Un depósito A se llena de manera que el nivel del agua sube un metro por minuto. Otro depósito B se vacía de forma que el nivel del agua baja un metro por minuto. El llenado y el vaciado de los depósitos comienza en el mismo momento, cuando el depósito A está vacío y el nivel del agua en el depósito B es de 8 metros.

a) Escriban los datos faltantes en la tabla.

	Tiempo (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Altura del agua (m)	**Depósito A**	0								
	Depósito B	8								

b) Representen la relación de variación entre la altura del agua en el depósito A y los minutos transcurridos. _______________ ¿La altura y el tiempo varían de manera lineal? _______ Expliquen su respuesta. _______________________________

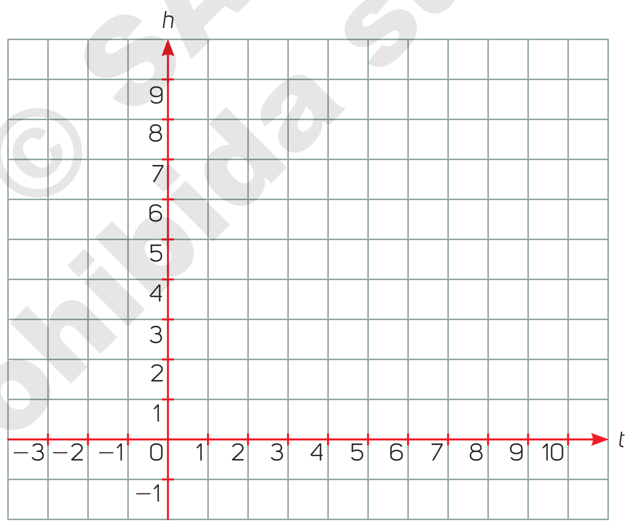
____

c) Usen las mismas literales que en el inciso *b* para representar la variación entre la altura del agua en el depósito B y el tiempo transcurrido. _______________

¿La altura y el tiempo varían de manera lineal? _______ Expliquen su respuesta.

____

d) En el plano cartesiano, tracen con color verde la recta correspondiente a la variación de la altura en el depósito A y con azul la recta correspondiente al depósito B.



e) ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde se cortan las rectas? ___________

f) Planteen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para el problema de los depósitos de agua.

____

g) ¿En qué minuto los dos depósitos tenían la misma altura de agua? ____________

¿Cuál era esa altura? ____________

h) ¿Cuál es la solución del sistema de ecuaciones? ____________

¿Qué relación hay entre la solución y las coordenadas del punto donde se cortan las rectas? ____________

____

- Discutan sus observaciones con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo sobre la relación entre las coordenadas del punto donde se cortan las rectas y la solución del sistema. Comparen su acuerdo con el siguiente texto.

Solución gráfica de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas siempre puede representarse gráficamente mediante dos rectas.

Si el sistema de ecuaciones es...

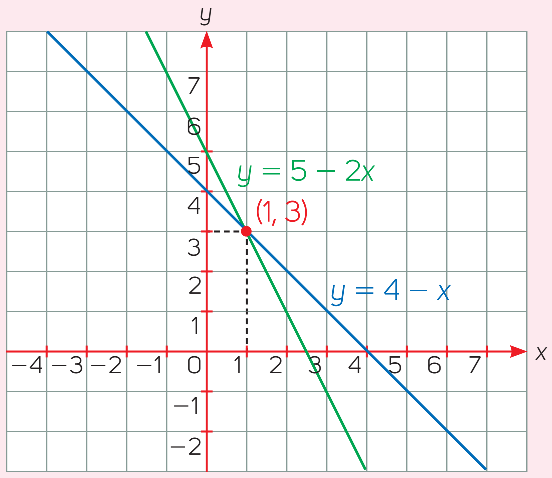
$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$$

Si las rectas se intersecan en el punto de coordenadas (x, y), entonces la pareja de valores x y y es solución del sistema de ecuaciones.

Por ejemplo, la solución del sistema...

$$\begin{cases} y = 4 - x \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

es $x = 1$, $y = 3$, pues las rectas se cortan en el punto de coordenadas (1, 3).

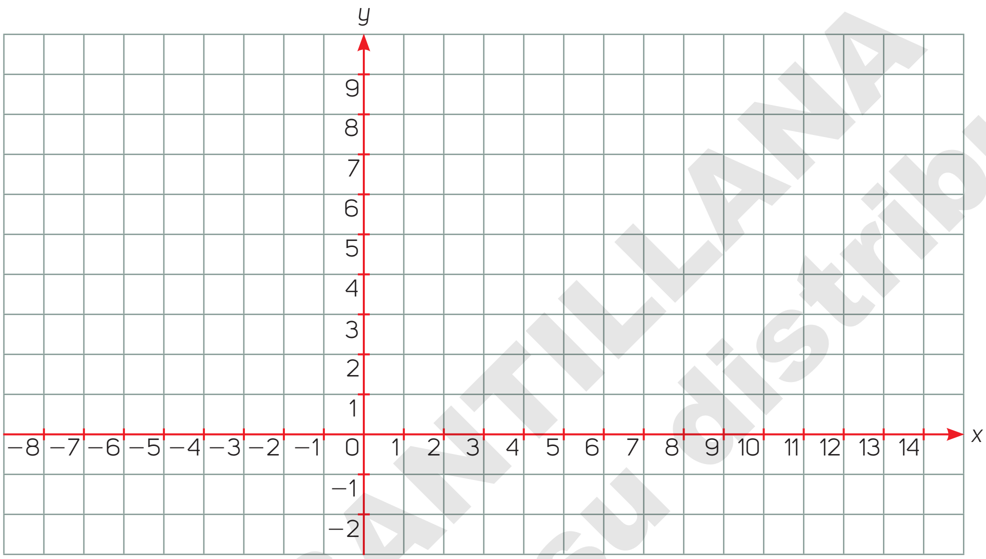


3. **Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.**

El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y la longitud del lado *y* mide 6 cm más que la del lado *x*.

a) Planteen el sistema de ecuaciones correspondiente al problema.

b) En el plano cartesiano, tracen las dos rectas del sistema. Usen colores distintos para cada recta.



c) Comprueben que las coordenadas *x* y *y* del punto de intersección de las rectas son solución del sistema de ecuaciones.

d) ¿Es posible que exista otra solución del sistema? _______ Expliquen su respuesta.

____

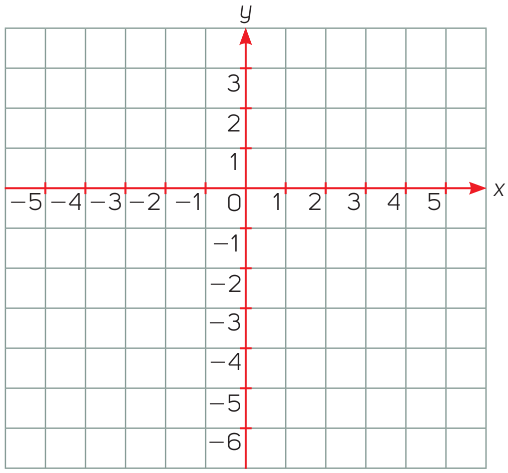
e) ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? _______________________

____

- **Comparen sus respuestas con otro equipo. Si detectan errores, corríjanlos.**

4. **Reúnete con un compañero y representen el sistema de ecuaciones en el plano cartesiano de la siguiente página, luego respondan.**

$$\begin{cases} y = 5x - 4 \\ y = 5x - 3 \end{cases}$$



a) ¿Cuál es la **pendiente** de cada una de las rectas? ____________ y ____________

b) ¿Cuál es su **ordenada al origen**? ____________________ y ____________________

c) ¿Hay algún punto que esté en ambas rectas? _________ Expliquen su respuesta.

____

____

d) ¿El sistema de ecuaciones puede tener solución? _________ Expliquen su respuesta. ____

____

Glosario

pendiente de una recta. Cociente de la diferencia de las ordenadas entre la diferencia de las abscisas.

ordenada al origen. Ordenada del punto donde la recta interseca al eje; es decir, es la segunda coordenada del punto (0, *b*).

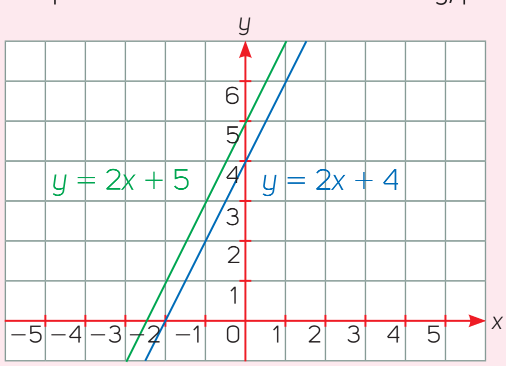
- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo. Comparen su resolución con la siguiente información.

Sistemas de dos ecuaciones que no tienen solución

Si las rectas correspondientes al sistema de ecuaciones son paralelas con diferente ordenada al origen, no se cortan en ningún punto y, por tanto, **el sistema de ecuaciones no tiene solución**. Para saber si las rectas son paralelas, basta verificar que sus pendientes son iguales. Por ejemplo, el sistema de ecuaciones...

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

no tiene solución, pues la pendiente de ambas rectas es 2 y, por tanto, son paralelas.



¿Vamos bien?

Aplica lo que has aprendido para resolver lo siguiente. Al terminar, compara tus procedimientos y los resultados que obtuviste con los de tus compañeros.

Determina si los sistemas de ecuaciones tienen solución o no.

a) $\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \\ y = x + 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = -2x + \frac{18}{5} \end{cases}$

5. Haz lo que se pide.

a) Escribe las coordenadas de tres puntos que estén sobre la recta correspondiente a la primera ecuación del siguiente sistema. ____________________

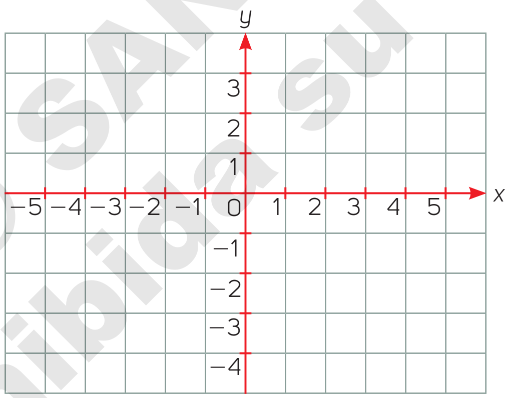
$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ -2y = 6 - 4x \end{cases}$$

b) ¿Algunas de esas parejas de puntos satisfacen la segunda ecuación? ________

c) ¿Cuál es la pendiente de cada recta? ____________ y ____________

d) ¿Cuál es su ordenada al origen? ____________ y ____________

e) Grafica las rectas en el plano cartesiano.



f) Escribe las coordenadas de otros tres puntos que estén en ambas rectas. ________
____________ ¿Estos puntos son solución del sistema? ________ ¿Por qué?
____

g) ¿Cuántas soluciones piensas que tiene este sistema de ecuaciones?
____________________ ¿Por qué? ____________________
____

- Discute tus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo. Después comparen su acuerdo con la información de la siguiente página.

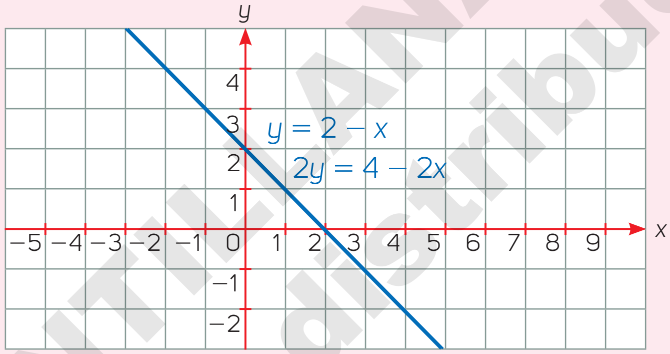
Sistemas de dos ecuaciones que tienen una infinidad de soluciones

Si las rectas correspondientes al sistema de ecuaciones coinciden en la gráfica, **el sistema tiene una infinidad de soluciones**. Para saber si las rectas coinciden, basta verificar que sus pendientes y sus ordenadas al origen son iguales.

Por ejemplo, el sistema de ecuaciones...

$$\begin{cases} y = 2 - x \\ 2y = 4 - 2x \end{cases}$$

tiene una infinidad de soluciones ya que las dos ecuaciones representan a la misma recta.



Para saber más

Ingresa al sitio **www.esant.mx/essema2-011**. Escribe en las casillas correspondientes a las rectas *r* y *s* las ecuaciones de un sistema que no tenga solución y las de un sistema que tenga una infinidad de soluciones. Comprueba tus respuestas presionando la casilla "Solución".

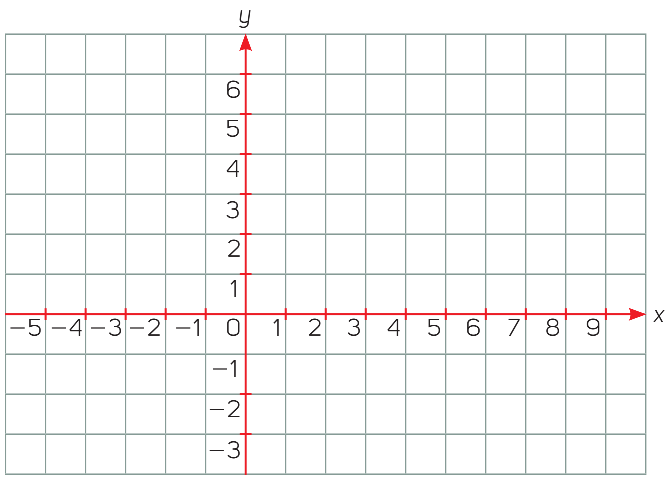
¿Qué aprendí?

Aplico

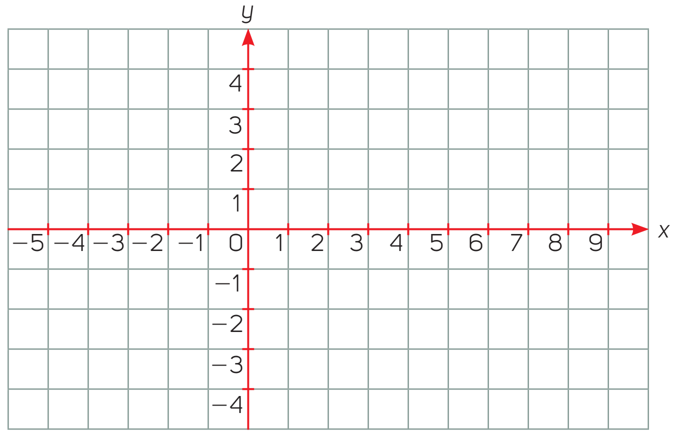
Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados, primero con ayuda de tus compañeros y luego con tu profesor.

1. Representa gráficamente los sistemas de ecuaciones y determina si tienen solución única, una infinidad de soluciones o no tienen solución.

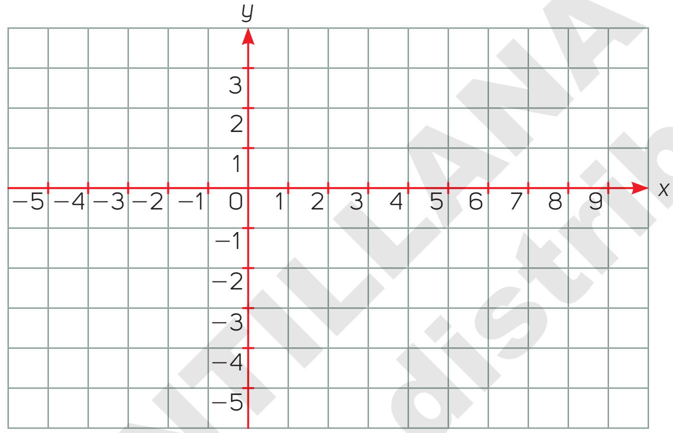
a) $\begin{cases} y = 2 - \frac{2}{3}x \\ y = 6 - \frac{3}{2}x \end{cases}$



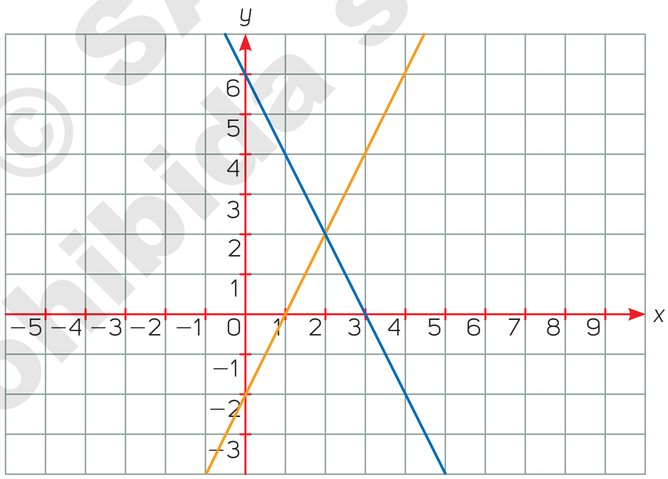
b) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{3}x + 2 \\ y = \dfrac{2}{3}x - 2 \end{cases}$



c) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{2}x - 3 \\ 2y = x - 6 \end{cases}$



2. Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente a la representación gráfica.



a) ¿Cuál es la solución del sistema? ______________________________

b) Comprueba tus respuestas. ______________________________

____

____

Marca con una ✔ la casilla que describe tu desempeño.

Contenido		
Resuelvo problemas mediante la formulación y solución gráfica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.		
Nivel de logro	A	Requiero ayuda para realizarlo.
	B	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
	C	Lo hago de manera autónoma.

Taller de tecnología

Representación gráfica de sistemas de ecuaciones

Abre una hoja de GeoGebra y elige una vista con ejes, cuadrícula y "Vista Algebraica". Si es necesario, usa la herramienta "Desplaza Vista Gráfica" del último icono, para mover los ejes de manera que queden más o menos en el centro.

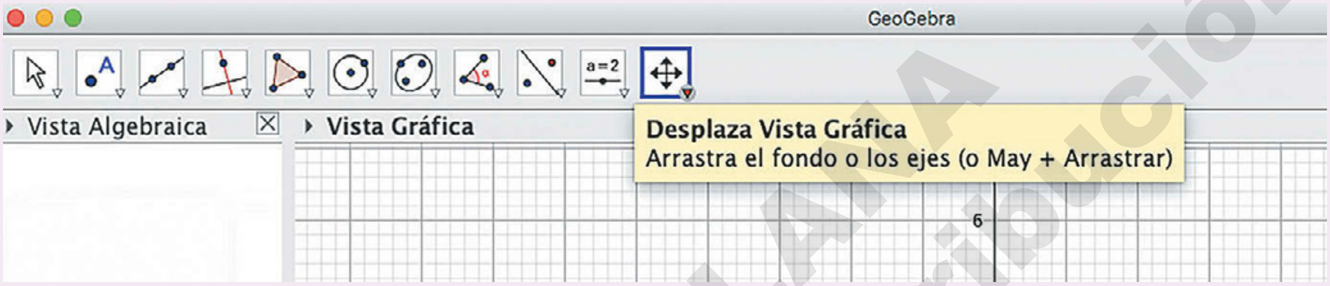


Imagen 1

Sigue estos pasos para construir las rectas que representan a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

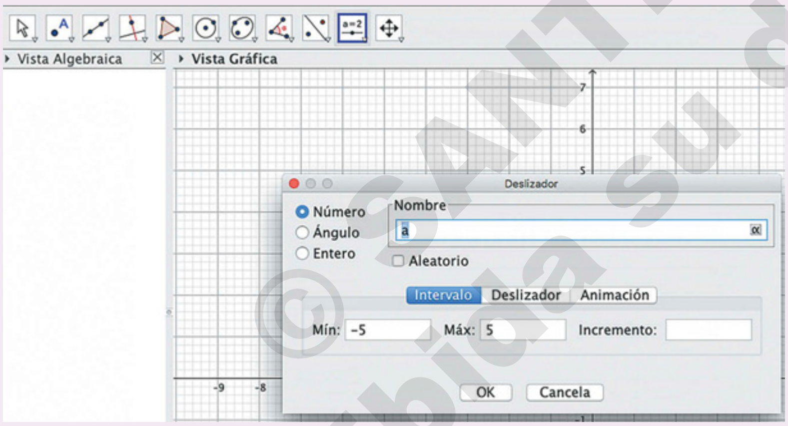


Imagen 2

a) Selecciona la herramienta "Deslizador" del penúltimo icono y haz clic en cualquier lugar de la vista gráfica. Se abrirá un cuadro de diálogo como el de la imagen de la izquierda (imagen 2).

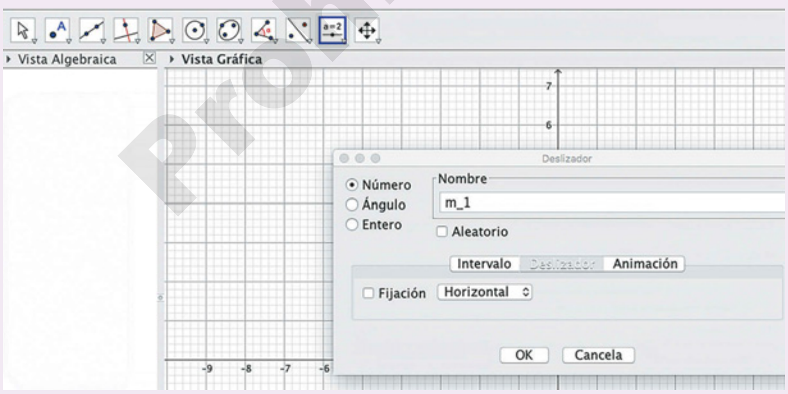


Imagen 3

b) En la casilla "Nombre", escribe "m_1"; en la casilla "Intervalo", anota "-10" en "Mín" y "10" en "Máx"; en "Incremento", escribe el número 0.1. En la pestaña "Deslizador", asegúrate de que no esté señalada la casilla "Fijación" para que puedas mover el deslizador y colocarlo donde más te guste; en la casilla "Posición", elige "Horizontal", y si aparece la opción "Ancho", anota 200. En la pestaña "Animación", deja la velocidad 1 y confirma que en "Repite" aparezca la palabra "Oscilante".

c) Presiona "OK" para que aparezca el deslizador. Con el botón auxiliar, haz clic sobre el deslizador y selecciona "Propiedades". En la nueva caja de diálogo elige un tono de rojo.

d) Repite los pasos anteriores para crear un deslizador de un número que se llame "b_1". En este caso también usaremos un intervalo de -10 a 10 variando con un incremento de 0.25 unidades, en posición horizontal y de una longitud de 200. Escoge algún tono de azul.

e) Usando la flecha del primer icono, coloca los deslizadores en alguna esquina de la vista gráfica y, si quieres, fíjalos en esa posición usando el botón auxiliar y las instrucciones "Propiedades"/"Deslizador"/"Fijación".

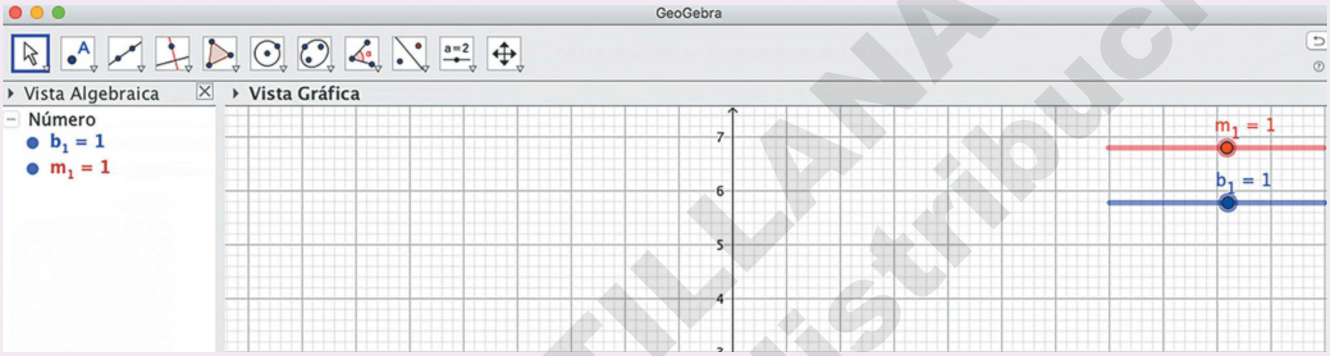


Imagen 4

f) En la parte inferior de la hoja aparece la barra de entrada. Escribe en ella "m_1 x + b_1". Es muy importante que dejes espacio entre m_1 y x porque eso activa la operación producto. Al presionar Enter, aparecerá la recta. Si la animación está activada, desactívala con el botón derecho del ratón. Selecciona la flecha del primer icono (o presiona Esc) para mover los valores de los deslizadores y observa qué pasa con la recta y con la ecuación lineal que aparece en la vista algebraica.

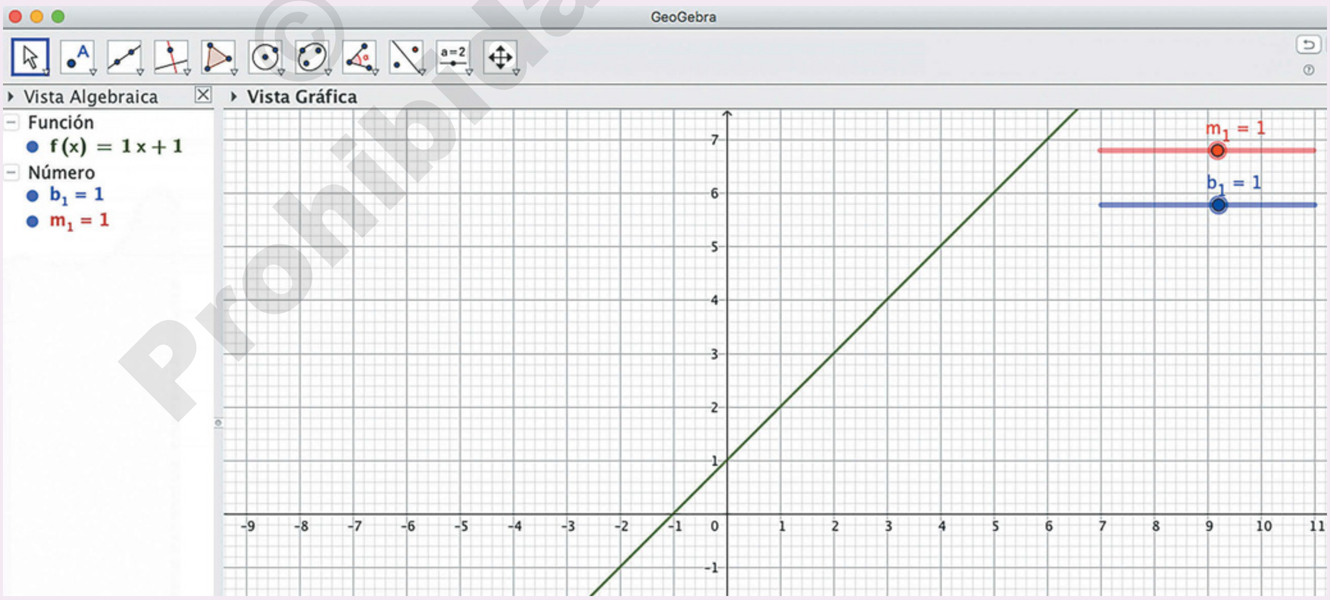


Imagen 5

g) Repite las instrucciones de los incisos anteriores para crear dos nuevos deslizadores “m_2” y “b_2”.

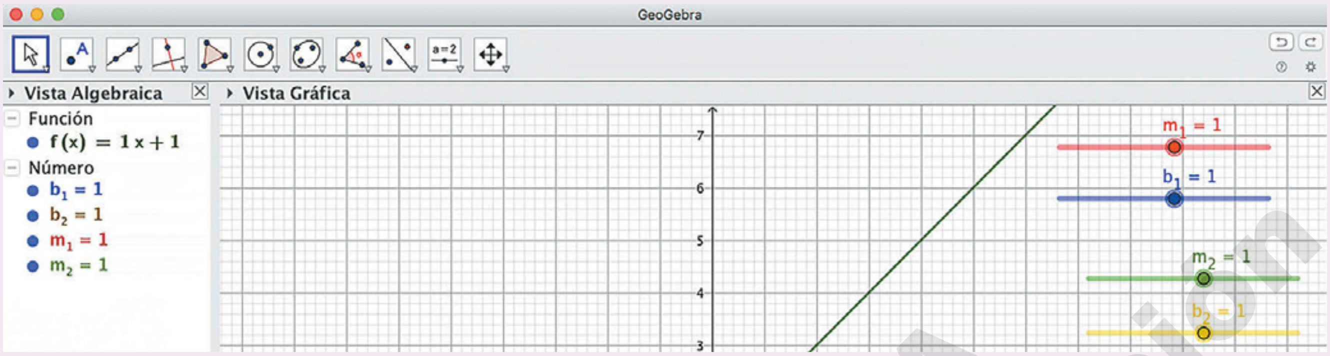


Imagen 6

h) En la barra de entrada escribe “m_2 x + b_2”; recuerda dejar espacio entre m_2 y x. Al presionar Enter aparecerá la nueva recta.

Imagen 7

- ¿Qué valores aparecen en tus deslizadores m_1 (m_1) y m_2 (m_2)? ____________
  ¿Y en tus deslizadores b_1 (b_1) y b_2 (b_2)? ____________
  ¿Se ve la segunda recta que creaste? ________ En caso contrario, ¿a qué piensas que se debe? ____________
  ____

i) Mueve los deslizadores y observa el comportamiento de las rectas. Observa también cómo se refleja ese cambio en las ecuaciones lineales de la vista algebraica.

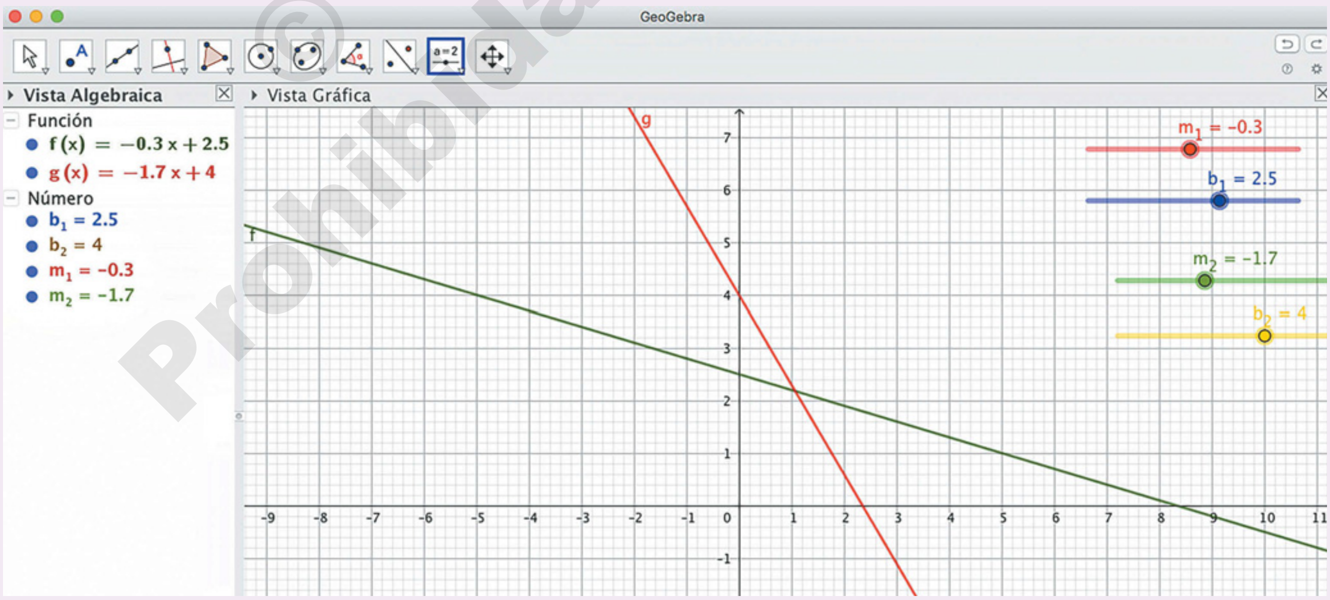


Imagen 8

j) En el segundo icono, elige la opción "Intersección" y con el ratón señala las rectas. En la vista algebraica aparecerán las coordenadas del punto de intersección (A).

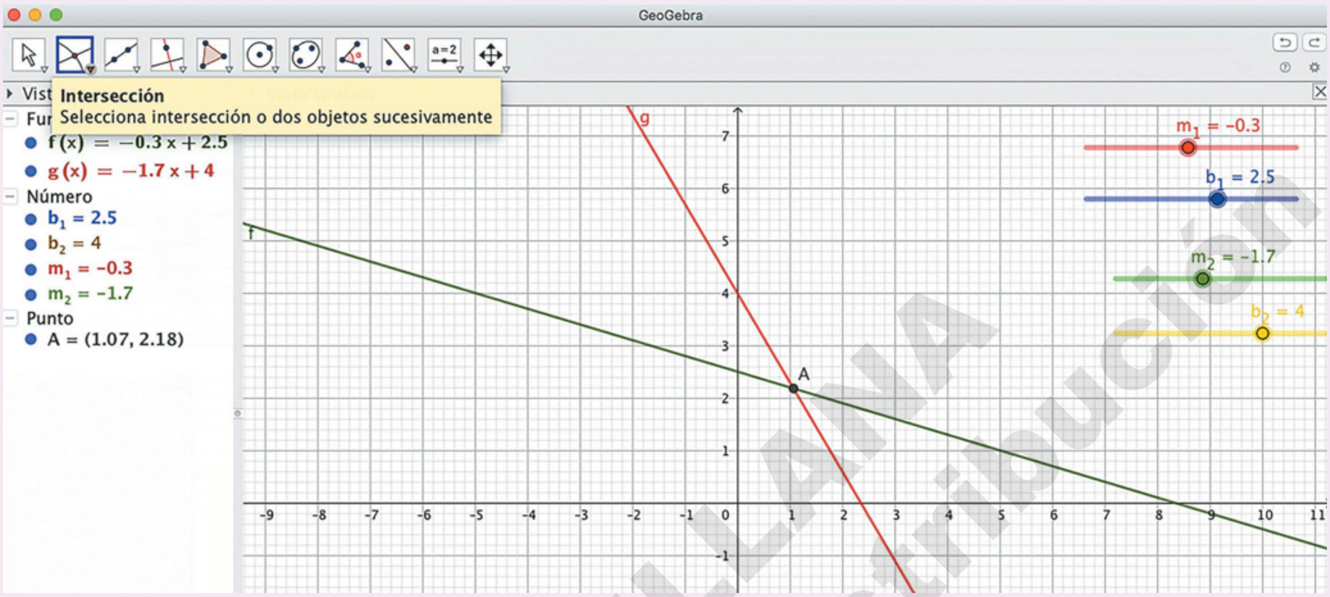


Imagen 9

- Mueve los deslizadores b_1 (b_1) y b_2 (b_2) y observa cómo se modifican las coordenadas del punto A. Comprueba que las coordenadas del punto A son solución del sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones lineales que aparecen en la zona "Vista Gráfica".
  Repite esto para varias posiciones de los deslizadores b_1 (b_1) y b_2 (b_2).

- Ahora mueve los deslizadores m_1 (m_1) y m_2 (m_2) y observa cómo se modifican las coordenadas del punto A. Comprueba que las coordenadas del punto A son solución del sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones lineales que aparecen en la zona "Vista Gráfica".
  Repite esto para varias posiciones de los deslizadores m_1 (m_1) y m_2 (m_2).

- Mueve los deslizadores de manera que m_1 (m_1) y m_2 (m_2) tengan el mismo valor. ¿Qué sucede con el punto A?

  ____

  Repite esto para varias posiciones de los deslizadores m_1 (m_1) y m_2 (m_2). ¿Qué significa esto respecto al sistema de ecuaciones?

  ____

- Sin modificar los valores de m_1 (m_1) y m_2 (m_2), mueve los deslizadores b_1 (b_1) y b_2 (b_2) de manera que tengan el mismo valor.
  Repite esto para varias posiciones de los deslizadores b_1 (b_1) y b_2 (b_2). ¿Qué sucede con las rectas? ¿Qué significa esto respecto al sistema de ecuaciones?

  ____

  ____