

Métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales

Aprendizaje esperado: Resolverás problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Lección 1 Solución algebraica



1. Formen parejas, lean la situación y hagan lo que se pide.

Una compañía tiene dos fábricas que producen dos modelos de calculadora: calculadora simple y calculadora científica. La fábrica que se encuentra en León tiene capacidad de producir 60 calculadoras simples y 90 calculadoras científicas al día. La planta que se encuentra en Morelia puede producir 75 calculadoras simples y 40 científicas. ¿Cuántos días a la semana debe operar cada planta si la compañía debe distribuir 825 calculadoras simples y 730 científicas a la semana?

- a. Analicen el problema y escriban las ecuaciones lineales que describen la producción diaria en cada fábrica. Representen con la variable x el número de días que opera la fábrica de León y con la variable y el número de días que opera la fábrica de Morelia. _____
- b. Respondan.
 - ¿Cuál es el sistema de ecuaciones que deben resolver? _____
 - ¿Qué representa la primera variable? _____
 - ¿Qué representa la segunda variable? _____
- Revisen con otra pareja sus respuestas. Si tienen dudas, coméntenlas con el profesor y el resto del grupo.

Método de sustitución



1. Retomen la situación anterior y contesten.

- a. Utilicen, como se indica, las propiedades de la igualdad en la primera ecuación para expresar la variable y en términos de la variable x . Escriban la ecuación resultante en cada paso.
 - Usen la propiedad de suma o resta para que el término que contiene a la variable x quede del lado del término independiente. _____
 - Usen la propiedad de multiplicación o la de división para que la variable y tenga coeficiente igual a 1. _____
 - Usen la propiedad de sustitución en el término donde aparece la variable y en la segunda ecuación por el nuevo valor. _____
 - ¿Cuántas incógnitas tiene ahora la ecuación? _____

- b. Resuelvan la ecuación anterior para la variable x . _____
 - c. Usen el valor de x para encontrar el valor de la variable y . _____
 - d. Ahora que ya conocen los valores de las incógnitas, sustitúyanlas en el sistema original para verificar que se cumplen las dos igualdades. ¿Cuántos días debe operar cada planta? _____
 - e. ¿Obtendrían la misma solución si despejaran primero la variable y ? ¿Por qué?

 - f. Analiza el procedimiento seguido hasta aquí y escribe en tu cuaderno una explicación de cómo usaste la propiedad de sustitución para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Analicen en grupo la siguiente información y, con su profesor, identifiquen todos los pasos del método en el procedimiento que siguieron para resolver la actividad.

La forma en que resolviste el **sistema de ecuaciones** del problema anterior se conoce como **método de sustitución**. Este método se puede resumir como:

1. Despeja el valor de una de las variables en una de las ecuaciones.
2. Sustituye el valor en la otra ecuación.
3. Encuentra el valor de la incógnita.
4. Sustituye el **valor encontrado** en la ecuación en que se despejó la primera variable.
5. Encuentra el valor de la segunda variable.
6. Comprueba que la solución satisfaga todas las ecuaciones del sistema.

Si el sistema tiene más de dos ecuaciones, debes sustituir la variable despejada en las ecuaciones restantes y repetir el procedimiento para el sistema que resulta de hacerlo.

2. Reúnete con dos compañeros y resuelvan los siguientes sistemas de ecuaciones en su cuaderno. Escriban una situación que se pueda modelar con ellos, verifiquen la solución gráficamente e interpreten la solución en términos de su problema.

$$\text{a. } \begin{cases} 5x - 5y = 5 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 2m + 4n = -4 \\ 5m + 7n = 11 \end{cases}$$

3. Resuelve el siguiente problema utilizando el método de sustitución.

Una comunidad campesina está formada por 380 miembros. La cantidad de miembros de sexo femenino supera a los de sexo masculino en 120 personas. ¿Cuántos miembros de la comunidad son de sexo femenino y cuántos son de sexo masculino?

- Revisa tus respuestas con el resto del grupo y el profesor.

1. Lee con un compañero el problema y hagan lo que se indica.

Para llegar a su escuela, Juan Pablo camina a una velocidad de 5 km/h desde su casa hasta la parada del autobús y, en cuanto llega, lo toma. El autobús viaja a una velocidad de 45 km/h. La distancia de la casa de Juan Pablo a la escuela es de 15 km. ¿Cuánto tiempo camina Juan Pablo y cuánto tiempo viaja en autobús si tarda $\frac{3}{4}$ de h en llegar a la escuela?

a. Escriban un sistema de ecuaciones que represente la situación del problema. Utilicen las variables c y a . _____

• ¿Qué representa la variable c ? _____

• ¿Qué representa la variable a ? _____

b. Usen las propiedades de la igualdad para expresar la variable a en términos de la variable c en cada ecuación. Para ello, sigan los pasos que se describen a continuación.

• Usen la propiedad de suma o resta para que el término que contiene a la variable a quede del lado del término independiente. Escribe las ecuaciones que se obtienen. _____

• Usen la propiedad de multiplicación o división, si es necesario, para que la variable a tenga coeficiente igual a 1. El sistema equivalente al original es: _____

• Usen la propiedad reflexiva de la igualdad para igualar las dos expresiones que están en términos de c . _____

• ¿Cuántas incógnitas tiene ahora esta ecuación? _____

c. Resuelvan la ecuación anterior para la variable c . _____

d. Usen el valor de c para encontrar el valor de la variable a . _____

e. Ahora que ya conocen los valores de las incógnitas, sustitúyanlas en el sistema original para verificar que se cumplen las dos igualdades. _____

• ¿Durante cuánto tiempo camina Juan Pablo en su trayecto a la escuela? _____

• ¿Cuánto tiempo viaja en autobús? _____

• Escriban los valores anteriores en minutos. _____

- ¿Cuántos kilómetros camina Juan Pablo en su trayecto a la escuela? _____
 - ¿Cuántos kilómetros recorre en autobús? _____
- f. ¿Obtendrían la misma solución si despejaran primero la variable c ? ¿Por qué?
- g. Analiza el procedimiento seguido hasta aquí y escribe en tu cuaderno una explicación de cómo usaste las propiedades de la igualdad para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- **Lean la siguiente información y, con su profesor, identifiquen todos los pasos del método en el procedimiento que siguieron para resolver la actividad.**

El método que utilizaste para resolver sistemas de ecuaciones se llama **método de igualación**. Los pasos de este método son:

1. Despeja la misma variable en ambas ecuaciones.
2. Aplica la propiedad reflexiva de la igualdad para igualar los valores equivalentes a la misma variable en ambas ecuaciones. De este modo obtienes una ecuación con una sola incógnita.
3. Resuelve la ecuación.
4. Sustituye el valor encontrado en una de las ecuaciones, con base en las propiedades de la igualdad.
5. Encuentra el valor de la otra variable.
6. Verifica que las dos ecuaciones del sistema se satisfagan al sustituir los valores encontrados.

Practicar para avanzar



1. Usa el método de sustitución para resolver los siguientes sistemas en tu cuaderno. No olvides verificar la solución.

a.
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 6r + 4s = 5 \\ 3r + 2s = -6 \end{cases}$$

2. Resuelve el problema con el método de igualación y el de sustitución.

En una tienda se ofrecen dos tipos de mezcla de cacahuates y nueces. Una de ellas contiene 60% de cacahuates y la otra, 35% de cacahuates. ¿Cuántos kilogramos de cada tipo de mezcla se deben usar para obtener 8 kg de una mezcla que tiene 50% de cacahuates?

- a. ¿Coinciden las soluciones obtenidas con ambos métodos de resolución?
 - ¿Deberían coincidir? ¿Por qué?
- b. ¿Cuál de los dos métodos les parece más adecuado para resolver el problema? ¿Por qué?

1. Lean en parejas y respondan.

Citlali y Carla fueron a comprar flores. Citlali compró 2 docenas de rosas y 7 de margaritas y pagó \$84. Carla compró 5 docenas de rosas y 4 de margaritas y pagó \$95.25. Su amiga Julia les preguntó cuál es el precio de la docena de rosas y de la docena de margaritas. ¿Qué le responderán?

- a. Escriban un sistema de ecuaciones que represente esta situación. Usen las variables x y y para representar la situación. _____

- ¿Qué representa la variable x ? _____
- ¿Qué representa la variable y ? _____

- Comparen sus respuestas con las de otra pareja y corrijan si es necesario.

2. Reúnete con dos compañeros. Retomen la situación anterior y hagan lo que se solicita.

Herramientas académicas



Para reforzar lo que aprendiste en la secuencia, entra a las páginas:

www.esant.mx/fasema2-003,
www.esant.mx/fasema2-004,
www.esant.mx/fasema2-005.

- a. Multipliquen la primera ecuación por 5. _____
- ¿Qué propiedad de la igualdad usaron? _____
- b. Multipliquen la segunda ecuación por -2 . _____
- ¿Qué propiedad de la igualdad usaron? _____
- c. Escriban el sistema de ecuaciones que resulta de estas dos acciones. ¿Qué observan? _____
- d. Si usan esa ecuación en lugar de la segunda. El sistema equivalente al original queda como: _____
- e. ¿Cuántas incógnitas tiene la nueva segunda ecuación? _____
- Resuelvan esta ecuación y encuentren el valor de la variable. _____
- Sustituyan ahora este valor en la primera ecuación. _____
- Resuelvan la ecuación resultante y encuentren el valor de la otra incógnita. _____
- f. ¿Cuál es la solución del sistema de ecuaciones? _____
- Verifiquen la solución que obtuvieron. _____
 - ¿Qué significa este resultado en términos del problema? _____
- g. Analiza el procedimiento seguido hasta aquí y escribe en tu cuaderno una explicación de cómo usaste las propiedades de la igualdad para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

- Lean la siguiente información e identifiquen, en grupo, todos los pasos del método en el procedimiento que siguieron para resolver la actividad.

El método que usaste se conoce como **método de reducción o suma y resta**. Al tener dos ecuaciones con dos variables acomodadas en el mismo orden:

1. Coloca una ecuación debajo de la otra y haz coincidir las variables y las constantes.
2. Emplea las propiedades de la igualdad para manipular las ecuaciones.
3. Multiplica una ecuación por un valor constante para lograr que los coeficientes de una de las variables sean iguales, pero tengan signos opuestos.
4. Suma las ecuaciones utilizando las propiedades de la igualdad, de manera que resulte una ecuación con una sola incógnita o variable. Al hacer esto, el sistema resultante equivaldrá al original.
5. Encuentra el valor de la incógnita en la segunda ecuación.
6. Sustituye el valor encontrado en una de las ecuaciones originales.
7. Resuelve la ecuación resultante y determina el valor de la otra incógnita.

Aunque todos los métodos pueden servir para resolver cualquier sistema de ecuaciones, algunos serán más útiles según el caso.

3. Resuelve en tu cuaderno los siguientes sistemas de ecuaciones usando los tres métodos estudiados en la secuencia.

a.
$$\begin{cases} x = y - 1 \\ x = 5 - y \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ x - y = -3 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ 5x - 2y = 2 \end{cases}$$

- Verifica tus soluciones y compáralas con las de dos compañeros. Si obtuvieron resultados diferentes analicen por qué.

Aplica lo que aprendiste.

1. Resuelve en tu cuaderno el sistema con uno de los métodos estudiados.

$$\begin{cases} 3v - 2z = 9 \\ w + z = 3 \end{cases}$$

- a. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema?
- b. Escribe tres posibles soluciones.

2. De los métodos estudiados en esta secuencia, elige el que se te hace más fácil y justifica en tu cuaderno tu elección.

3. Resuelve el problema en tu cuaderno.

El lunes, Salvador compró 10 botones medianos y 5 chicos para su mamá y pagó \$16.50. El martes compró 5 botones medianos y 10 chicos, pues su mamá necesitaba más. Esta vez pagó \$14.25. ¿Cuánto costó cada tipo de botón?

- Revisen sus respuestas con un compañero y pregunten sus dudas al profesor. Comenten en grupo cuál de los métodos estudiados prefieren.

