

**Aprendizaje esperado:** Resolverás problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

**Contenido:** Resolverás problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

## Sustituir, igualar, sumar o restar

1. Reúnete con un compañero, analicen el sistema de ecuaciones y respondan.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 16 \end{cases}$$

- a) ¿Pueden saber cuál es el valor de la incógnita  $x$ ? \_\_\_\_\_ ¿Qué tendrían que hacer para encontrarlo? \_\_\_\_\_
- b) Ahora analicen este otro sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 2x \end{cases}$$

¿Qué deberían hacer para encontrar el valor de  $x$ ? \_\_\_\_\_

- c) ¿Hay alguna diferencia entre el procedimiento que eligieron en el inciso  $b$  y el que usaron en el inciso  $a$ ? \_\_\_\_\_

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

### Sustituir

2. Lee el problema y haz lo que se pide.

Berenice tiene dos cubetas, a una le caben cuatro litros más que a la otra y juntas tienen capacidad para 10 litros. ¿Cuál es la capacidad de cada cubeta?

- a) Llama  $x$  a la capacidad de la cubeta más pequeña y  $y$  a la otra. Escribe una ecuación que exprese que a una de ellas le caben cuatro litros más que a la otra. \_\_\_\_\_
- b) Escribe otra ecuación que represente la condición de que juntas tienen capacidad para 10 litros. \_\_\_\_\_
- c) Sustituye la expresión de la variable  $y$  en la ecuación del inciso  $b$ . Escribe la expresión que obtienes. \_\_\_\_\_ ¿Cuántas incógnitas tiene esta nueva ecuación? \_\_\_\_\_
- d) ¿Cuál es el valor de  $x$ ? \_\_\_\_\_
- e) Sustituye el valor de  $x$  en la ecuación del inciso  $a$  y determina el valor de  $y$ . \_\_\_\_\_
- f) ¿Los valores de  $x$  y  $y$  que encontraste son solución del sistema de ecuaciones? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

- Discutan en grupo el procedimiento que siguieron para resolver el sistema de ecuaciones.



Exploro



Construyo

3. Reúnete con un compañero y escriban en la tabla lo que se pide.

Para resolver el sistema de ecuaciones...	$\begin{cases} x + y = 8 \\ 4x + 6y = 54 \end{cases}$
Despejen $y$ de la primera ecuación.	
Sustituyan el valor de $y$ en la segunda ecuación.	
Eliminen los paréntesis y agrupen los términos semejantes.	
Despejen la incógnita $x$ y encuentren su valor.	
Sustituyan el valor de $x$ en la segunda ecuación del sistema.	
Encuentren el valor de $y$ .	
Comprueben que los valores que encontraron son solución del sistema de ecuaciones.	

- Comparen sus respuestas con las de otra pareja y si detectan errores, corríjanlos.

## Método de sustitución

Un método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituirla en la otra.

Por ejemplo, para resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

1. Despejamos  $x$  en la primera ecuación:  $x = 35 - y$ .
2. Sustituimos esta expresión en la segunda ecuación:  $2(35 - y) + 4y = 94$ .
3. Al efectuar las operaciones y agrupar los términos semejantes obtenemos la ecuación:  $2y + 70 = 94$ , cuya solución es  $y = 12$ .
4. Por último sustituimos este valor en la primera ecuación:  $x + 12 = 35$ , de donde concluimos que  $x = 23$ .

También se puede comenzar despejando primero la incógnita  $y$  y sustituyéndola en la otra ecuación.

A este método de solución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas se le llama **método de sustitución**.

## ¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

- I. Usa el método de sustitución para encontrar la solución de los sistemas y comprueba que los valores obtenidos son solución del sistema.

a)  $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$      $x = \underline{\hspace{2cm}}$      $y = \underline{\hspace{2cm}}$     b)  $\begin{cases} x + 6y = 8 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases}$      $x = \underline{\hspace{2cm}}$      $y = \underline{\hspace{2cm}}$

- II. Revisa lo que hiciste en la actividad 1 y comprueba que hayas llegado a las respuestas correctas. Si detectas errores, corrígelos.

## Igualar

4. Reúnete con un compañero, analicen los sistemas de ecuaciones y respondan.

$$\begin{cases} -2x + 6y = 14 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + 6y = 14 \\ 3x = 3y + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + 6y = 14 \\ x = \frac{3y + 3}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + 6y = 14 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

- a) ¿Son equivalentes las expresiones algebraicas que representan a las segundas ecuaciones de los sistemas?                      Expliquen su respuesta.

- b) ¿Habrá alguna diferencia entre los cuatro sistemas de ecuaciones?                       
¿Por qué?

- c) Ahora analicen estos sistemas.

$$\begin{cases} -2x + 6y = 14 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x = -6y + 14 \\ 3x = 3y + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-6y + 14}{-2} \\ x = \frac{3y + 3}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y - 7 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

- d) ¿Son equivalentes las primeras ecuaciones de los sistemas?                      Expliquen su respuesta.

- e) ¿Habrá alguna diferencia entre estos cuatro sistemas de ecuaciones?                       
¿Por qué?

- f) ¿Qué pueden concluir sobre los siguientes sistemas de ecuaciones?

$$\begin{cases} -2x + 6y = 14 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases} \quad \text{y} \quad \begin{cases} x = 3y - 7 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

- g) Como ambas incógnitas deben valer lo mismo en las dos ecuaciones del sistema, ¿será cierto que  $3y - 7 = y + 1$ ? \_\_\_\_\_
- h) ¿Cuántas incógnitas tiene la ecuación del inciso anterior? \_\_\_\_\_  
¿Cuál es el valor de  $y$ ? \_\_\_\_\_
- i) Si sustituyen ese valor de  $y$  en la ecuación  $x = y + 1$ , ¿cuál es el valor de  $x$ ? \_\_\_\_\_
- j) Sustituyan la pareja de valores  $x$  y  $y$  que encontraron en el primer sistema de ecuaciones de la actividad. ¿Qué observan? \_\_\_\_\_
- k) Sustituyan los valores de  $x$  y  $y$  en todos los demás sistemas y escriban sus observaciones. \_\_\_\_\_

- Discutan sus respuestas con el resto del grupo y lleguen a un acuerdo.

5. Sigue las indicaciones.

- a) Escribe en la tabla lo que se pide. En tu cuaderno, haz las operaciones necesarias.

Para resolver el sistema de ecuaciones...	$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$
Despeja $y$ en cada ecuación.	
Iguala los miembros derechos de las ecuaciones del paso anterior.	
Realiza las operaciones necesarias para despejar $x$ .	
Encuentra el valor de $x$ .	
Sustituye el valor de $x$ en la primera ecuación del sistema de ecuaciones.	
Encuentra el valor de $y$ .	
Comprueba que los valores que encuentres son solución del sistema de ecuaciones.	

- b) Repite los pasos anteriores, pero ahora despeja primero la incógnita  $x$ .

- Compara tus respuestas con las de otro compañero y si detectan errores, corríjanlos. Luego comparen la resolución con la información de la siguiente página.

## Método de igualación

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las incógnitas en ambas ecuaciones e igualar estas últimas.

Así, por ejemplo, para resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

1. Despejamos  $x$  en ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \frac{7 - 3y}{2} \\ x = 1 + y \end{cases}$$

2. Igualamos las expresiones para obtener una ecuación con una sola incógnita.

$$\frac{7 - 3y}{2} = 1 + y$$

3. Resolvemos esta ecuación y obtenemos  $y = 1$ .
4. Sustituimos este valor en cualquiera de las ecuaciones del sistema, por ejemplo en la segunda, y obtenemos  $x = 1 + 1 = 2$ . De modo que la pareja de valores  $x = 2, y = 1$  es la solución del sistema.

A este método de solución se le conoce como **método de igualación**.

## ¿Vamos bien?

Resuelve lo siguiente con base en lo que has aprendido. Al terminar, compara tus procedimientos y tus resultados con los de tus compañeros.

Usando el método de igualación, encuentra la solución de los sistemas y comprueba que los valores obtenidos son solución del sistema.

a)  $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 3x + y = 90 \end{cases}$      $x = \underline{\hspace{2cm}}$      $y = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $\begin{cases} 4x - y = 15 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$      $x = \underline{\hspace{2cm}}$      $y = \underline{\hspace{2cm}}$

## Sumar o restar

6. Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente al problema y responde.

El perímetro de un triángulo isósceles mide 15 cm; la diferencia entre la longitud de uno de los lados iguales ( $x$ ) y la del lado desigual ( $y$ ) es de 3 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del triángulo?

- a) Suma término a término las dos ecuaciones y escribe el resultado de la suma.

---

- b) ¿Cuál es el **coeficiente** de la incógnita  $x$  en la ecuación que obtuviste al sumar?  
 \_\_\_\_\_ ¿Y el coeficiente de la incógnita  $y$ ? \_\_\_\_\_
- c) Encuentra el valor de la incógnita  $x$  y sustitúyelo en alguna de las ecuaciones del sistema. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- d) ¿Cuál es el valor de  $y$ ? \_\_\_\_\_
- e) Verifica que los valores que encontraste son solución del sistema de ecuaciones.
- f) ¿Cuáles son las dimensiones del triángulo isósceles? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

## Glosario

### coeficiente.

El número que multiplica a una literal en una expresión algebraica se llama *coeficiente de la literal*. Por ejemplo, en la expresión  $-4x$ , el coeficiente de  $x$  es  $-4$ .

- Compara tus resultados con los de tus compañeros y si detectas errores, corrígelos.

7. Considera el sistema de ecuaciones y haz lo que se pide.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 5x + 7y = 45 \end{cases}$$

- a) Multiplica por 7 los términos de la primera ecuación y por 3 los de la segunda.
- b) Resta la segunda ecuación a la primera. \_\_\_\_\_
- c) Despeja  $x$  y resuelve la ecuación. \_\_\_\_\_
- d) Sustituye el valor de  $x$  en la primera ecuación del sistema original. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- e) Despeja  $y$  y resuelve la ecuación. \_\_\_\_\_
- f) Comprueba que los valores que obtuviste son solución del sistema de ecuaciones.
- Discute tus respuestas con tus compañeros y después compárenlas con la siguiente información.

## Método de suma y resta

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en:

1. Multiplicar cada una de las ecuaciones del sistema por un número que haga que los coeficientes de alguna de las incógnitas sean iguales.
2. Sumar o restar las dos ecuaciones del sistema, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.
3. Resolver esta ecuación y sustituir el valor obtenido en alguna de las ecuaciones del sistema original para encontrar el valor de la otra incógnita.

A este método de solución de un sistema de ecuaciones se le conoce como **método de suma y resta**.

8. Haz lo que se pide para resolver el sistema de ecuaciones con el método de suma y resta.

$$\begin{cases} 3x + 4y = -10 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases}$$

- a) Multiplica por 2 los dos miembros de la primera ecuación del sistema, y los dos miembros de la segunda ecuación por 3. Escribe el sistema resultante.
- b) ¿Cuál es ahora el coeficiente de la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones? \_\_\_\_\_
- c) Resta la segunda ecuación de la primera y escribe el resultado. \_\_\_\_\_
- d) ¿Cuántas ecuaciones te quedaron? \_\_\_\_\_ ¿Cuál es el coeficiente de la incógnita  $x$  en la ecuación obtenida al restar? \_\_\_\_\_ ¿Cuál es el coeficiente de la incógnita  $y$ ? \_\_\_\_\_
- e) Resuelve la ecuación que te quedó. \_\_\_\_\_
- f) Sustituye el valor que obtuviste en cualquiera de las ecuaciones del sistema original. \_\_\_\_\_ ¿Cuál es el valor de  $x$ ? \_\_\_\_\_
- g) Verifica que los valores que obtuviste son solución del sistema de ecuaciones.

- Compara tus resultados con los de tus compañeros y si detectas errores, corrígelos.

### ¿Qué aprendí?

Trabaja los siguientes ejercicios y problemas. Al terminar, revisa tus procedimientos y tus resultados, primero con tus compañeros y luego con tu profesor.

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones utilizando el método que se indica en cada caso.

- a) Con el método de sustitución

$$\begin{cases} 5x - 6y = -4 \\ -3x + 4y = 0 \end{cases}$$

- b) Con el método de igualación

$$\begin{cases} 4x - 5y = 0 \\ 4x + 5y = 200 \end{cases}$$

- c) Con el método de suma y resta

$$\begin{cases} 6x - 5y = 27 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$$



Aplico

2. En la secuencia 18 planteaste el sistema de ecuaciones correspondiente al enunciado:

—“Si me das un costal de tu carga, yo tendré el doble de costales que tú —dijo el burro Clarín a Platero.

—Si tú me das un costal, llevaremos la misma cantidad de costales cada uno —respondió Platero.

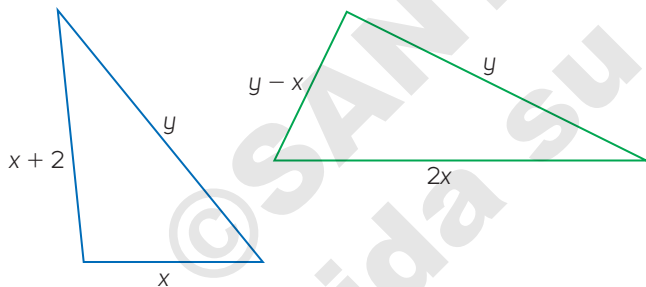
¿Cuántos costales llevaba cada burro?”

Encuentra la solución.

3. Plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para cada situación y resuélvelo con alguno de los métodos que aprendiste en esta secuencia.

a) La edad de Mireya es la cuarta parte de la edad de su papá. Dentro de 7 años, será la tercera parte. ¿Qué edades tienen Mireya y su papá?

b) El perímetro del triángulo de la izquierda mide 21 cm y el de la derecha 23 cm. ¿Cuánto valen  $x$  y  $y$ ?



c) El día del estreno de una película se vendieron 165 boletos (normales y para estudiantes con credencial) y se recaudaron \$5 250. Si el boleto normal costó \$40 y el boleto para estudiantes con credencial \$25, ¿cuántos boletos normales y cuántos para estudiantes con credencial se vendieron?

d) Una tubería de 360 m de largo se compone de 150 tubos, unos miden 1.8 m de largo y los otros miden 2.7 m. ¿Cuántos tubos de cada longitud hay?

Marca con una <input checked="" type="checkbox"/> la casilla que describe tu desempeño.	
<b>Contenido</b>	
Resuelvo problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
<b>A</b>	Requiero ayuda para realizarlo.
<b>B</b>	Lo hago, pero en ocasiones necesito ayuda.
<b>C</b>	Lo hago de manera autónoma.