Secuencia didáctica 36

Razones trigonométricas

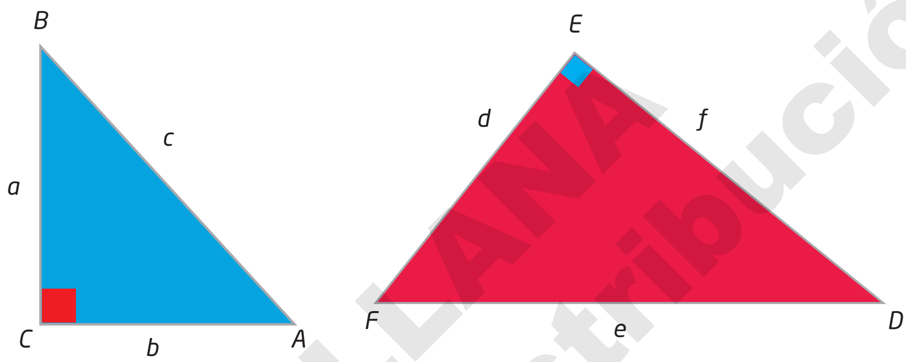
Aprendizaje esperado: Resolverás problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.

Lección 1 Cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo

PUNTO DE PARTIDA

1. **Lee la información y observa las imágenes. Responde las preguntas.**

En un triángulo rectángulo, cada ángulo agudo, es decir, cada ángulo menor que 90°, está formado por un cateto y la hipotenusa. Al cateto que forma el ángulo agudo se le llama *cateto adyacente a ese ángulo*. Al otro cateto se le llama *cateto opuesto*.



a. Explica cómo se acomodan las literales mayúsculas y sus correspondientes minúsculas en los triángulos.

b. ¿Qué literal corresponde al cateto adyacente al $\angle BAC$?

c. ¿Qué literal corresponde al cateto opuesto al $\angle CBA$?

d. ¿Puede un cateto ser opuesto a un ángulo y al mismo tiempo ser el adyacente de otro ángulo? ¿Por qué?

e. ¿Qué literal corresponde al cateto opuesto al $\angle DEF$?

f. ¿Qué literal corresponde al cateto adyacente al $\angle DEF$?

Comenta tus respuestas con tus compañeros y valídenlas con su profesor.

Una relación proporcional

TRAYECTO FORMATIVO

1. **En equipos de seis integrantes hagan lo que se pide.**

a. Con ayuda del profesor, asignen a cada equipo un ángulo agudo diferente.
b. Cada integrante trazará, en una hoja tamaño carta, un triángulo rectángulo con el ángulo que se le asignó al equipo. Cuiden que los seis triángulos del equipo sean de diferente tamaño.

Contenido: Defines y calculas las razones trigonométricas.

c. Anoten en la tabla el nombre de cada integrante, el ángulo asignado y los resultados de los cocientes que se indican.

Nombre	Ángulo	$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}}$

d. En equipo, analicen los cocientes que obtuvieron. Si son parecidos, obtengan el valor promedio de cada cociente. En caso contrario, revisen sus mediciones y cálculos.

e. En su cuaderno elaboren una tabla como la siguiente, con los datos de todos los equipos y respondan.

Equipo	Ángulo	$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}}$

- Analicen los resultados de la tabla. ¿Qué observan? ______________________
- ¿Cómo se les llama a las figuras que son de diferente tamaño, pero tienen ángulos correspondientes iguales? ______________________
- ¿Qué se conserva en todos los triángulos que comparten el mismo ángulo? ______________________
- ¿Por qué solo importan las medidas de los ángulos y no el tamaño de sus lados? ______________________
- ¿Para qué pueden servir esos resultados? ______________________

Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y comenten en qué situaciones podrían usar sus resultados.

Lección 2 La altura del monumento a la Independencia

1. Lee la información y contesta las preguntas.

El monumento a la Independencia, o Ángel de la Independencia, fue inaugurado el 16 de septiembre de 1910 para conmemorar el centenario de la Independencia de México. El monumento fue construido a nivel del suelo, sobre una cimentación, pero el hundimiento de la Ciudad de México ha provocado que sobresalga de dicho nivel, de tal forma que ha sido necesario agregar 17 escalones para acceder a su base. ¿Cómo se puede calcular la altura actual del monumento a la Independencia respecto al suelo?

a. Un observador se para sobre la banqueta de tal manera que puede conocer su distancia y el ángulo de elevación que se forma con el punto más alto del monumento.

- ¿Qué tipo de triángulo se forma? ______
- ¿Cómo se pueden aprovechar los datos para calcular la altura del monumento?
______
______
- Si el cociente del cateto opuesto entre el cateto adyacente del triángulo que se forma es 0.73, ¿cómo se puede calcular la medida del cateto opuesto, es decir, la altura del monumento? ______
______

b. Observen la siguiente relación:

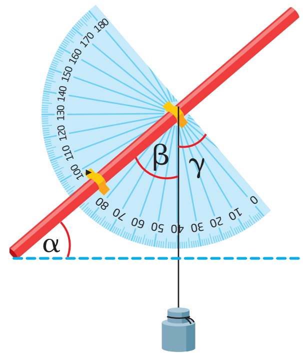
$$0.73 = \frac{\text{Cateto opuesto (altura)}}{\text{Cateto adyacente (distancia)}}$$

- ¿Qué procedimiento algebraico se debe hacer en esta ecuación para encontrar el valor de la altura desconocida? ______
______
- Si el observador está a 61.6 m de la base de la columna, ¿cuánto mide la altura del monumento a la Independencia? ______

Comenta tus respuestas con tus compañeros y lleguen a una conclusión. Luego valídenla con ayuda del profesor.

Contenido: Defines y calculas las razones trigonométricas.

2. **Reúnanse en equipo y hagan lo que se pide.**



a. Consigan un transportador, un popote reutilizable, hilo, cinta adhesiva y una pesa. Sigan las instrucciones y construyan un transportador para medir ángulos de elevación.

   i. Sujeten el popote al transportador con cinta adhesiva, sobre el ángulo de 90°.
   ii. Aten la pesa a un extremo del hilo y peguen el otro extremo al centro del lado recto del transportador.

b. Observen la imagen y contesten.

   - ¿Cuánto suman los ángulos agudos de un triángulo rectángulo? ____________
   - ¿Cuánto suman los ángulos β y γ del diagrama? ____________
   - ¿Cómo son el ángulo de elevación α y el ángulo γ? ____________
   - ¿Qué representa el ángulo α en el diagrama? ____________

3. **Elijan una construcción alta. Sigan estos pasos.**

   i. Colóquense a una distancia adecuada de la construcción que medirán, de tal forma que puedan medir la distancia a la que se encuentran.
   ii. Observen a través del popote el punto más alto de la construcción y anoten el ángulo que marca el transportador con la pesa.
   iii. Aléjense o acérquense unos metros y repitan el paso anterior.
   iv. Repitan el procedimiento al menos cuatro veces más y anoten sus mediciones en su cuaderno, en una tabla como la siguiente.

Distancia horizontal	Ángulo de elevación

   - ¿Qué sucede con el ángulo de elevación conforme la distancia es mayor?

____

a. Construyan triángulos rectángulos que tengan un ángulo igual al ángulo de elevación, midan los catetos, obtengan los cocientes y calculen la altura del edificio.

Distancia horizontal	Ángulo de elevación	Altura

Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Comenten la utilidad del ejercicio para calcular distancias y alturas inaccesibles.

Seno, coseno y tangente

1. **En parejas, lean la siguiente información. Hagan lo que se pide.**

En matemáticas, a las razones entre los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo se les conoce como **razones trigonométricas**.

A la razón del **cateto opuesto** a un ángulo *A* entre la **hipotenusa** se le llama **seno del ángulo *A*** y se abrevia **sen(*A*)**.

A la razón del **cateto adyacente** a un ángulo *A* entre la **hipotenusa** se le llama **coseno del ángulo *A*** y se abrevia **cos(*A*)**.

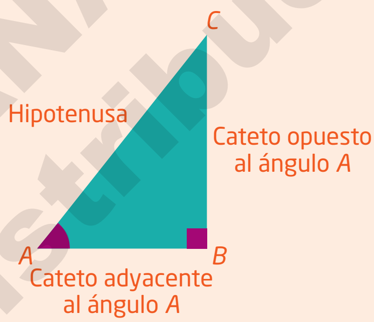
A la razón del **cateto opuesto** al ángulo *A* entre el **cateto adyacente** al mismo ángulo se le llama **tangente del ángulo *A*** y se abrevia **tan(*A*)**.

En resumen:

$$\text{sen}\,(A) = \frac{\text{Cateto opuesto al ángulo } A}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\cos\,(A) = \frac{\text{Cateto adyacente al ángulo } A}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\tan\,(A) = \frac{\text{Cateto opuesto al ángulo } A}{\text{Cateto adyacente al ángulo } A}$$



a. Tracen un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos sean de 30° y 60°. Midan las longitudes de los lados y anótenlas.

b. Tomen el ángulo de 30° como referencia y contesten.

- ¿Cuánto mide el cateto opuesto? ______________________
- ¿Cuánto mide el cateto adyacente? ______________________
- ¿Cuánto mide la hipotenusa? ______________________

Contenido: Defines y calculas las razones trigonométricas.

c. Con base en sus respuestas, calculen los cocientes.

- sen (30°) $= \dfrac{\text{Cateto opuesto al ángulo de } 30°}{\text{Hipotenusa}} =$
- cos (30°) $= \dfrac{\text{Cateto adyacente al ángulo de } 30°}{\text{Hipotenusa}} =$
- tan (30°) $= \dfrac{\text{Cateto opuesto al ángulo de } 30°}{\text{Cateto adyacente al ángulo de } 30°} =$

d. Tomen el ángulo de 60° como referencia y contesten.

- ¿Cuánto mide el cateto opuesto? ____
- ¿Cuánto mide el cateto adyacente? ____
- ¿Cuánto mide la hipotenusa? ____

e. Con base en sus respuestas calculen los cocientes.

- sen (60°) $= \dfrac{\text{Cateto opuesto al ángulo de } 60°}{\text{Hipotenusa}} =$
- cos (60°) $= \dfrac{\text{Cateto adyacente al ángulo de } 60°}{\text{Hipotenusa}} =$
- tan (60°) $= \dfrac{\text{Cateto opuesto al ángulo de } 60°}{\text{Cateto adyacente al ángulo de } 60°} =$

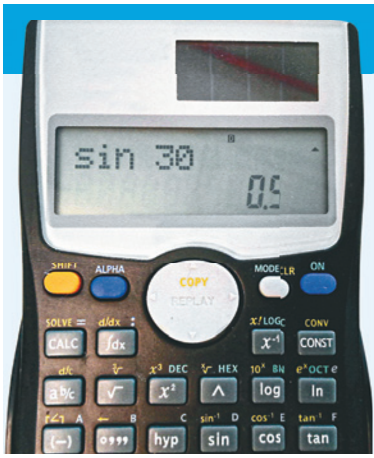
f. Analicen los cocientes que obtuvieron y contesten.

- ¿Qué relación hay entre el seno de un ángulo de 60° y el coseno de uno de 30°, o entre el seno de 30° y el coseno de 60°? ____
- ¿A qué se debe esta relación? ____
- ¿Qué ocurre si se multiplican las tangentes de los ángulos de 60° y de 30°? ¿Por qué? ____
- ¿Qué relación hay entre las tangentes de los ángulos de 30° y de 60°? ____

Tracen otros triángulos rectángulos y calculen las razones trigonométricas de sus ángulos agudos para corroborar sus respuestas. Luego analicen si es posible que el seno de un ángulo sea igual al coseno del mismo ángulo y por qué.

Si A y B son ángulos **complementarios**, es decir, si suman 90°, entonces:

$$\cos(A) = \text{sen}(B) \qquad \tan(A) \times \tan(B) = 1$$



Herramientas académicas

En la calculadora científica se pueden calcular el seno, coseno y tangente de los ángulos. Para ello se usan las teclas *sin* (seno), *cos* (coseno) y *tan* (tangente) teniendo la calculadora en grados, es decir, en modo *degree*. Para esto se presiona la tecla MODE y se elige la opción *Deg*.

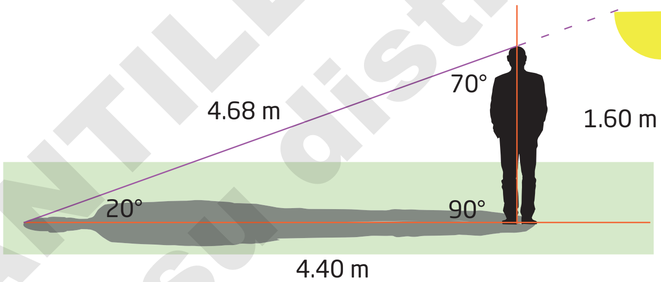
Por ejemplo, para calcular el seno de 30° se presiona la tecla *sin*, seguida del número 30 y se presiona el signo de igual. En algunas calculadoras, primero se teclea el número y luego se presiona la tecla *sin*, *cos* o *tan*.

Aplica lo que aprendiste.

PUNTO DE LLEGADA

1. En parejas, resuelvan los problemas.

a. Observen la ilustración. Calculen, de dos maneras distintas, las tres razones trigonométricas para cada ángulo agudo: dividiendo las longitudes dadas en el orden correcto y con la calculadora, para verificar las medidas que se muestran.



b. Tracen en su cuaderno un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos midan 35° y 55°. Luego realicen lo siguiente.

- Midan las longitudes de los tres lados del triángulo.
- Calculen las tres razones trigonométricas para los ángulos agudos, dividiendo las distancias en el orden correcto.
- Verifiquen sus resultados con la calculadora. Usen las teclas *sin*, *cos* y *tan* y los ángulos dados.

Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Comenten qué tan exactos fueron sus cálculos respecto de los obtenidos en la calculadora.