

Comparación de razones



Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas que implican comparar dos o más razones.



Antes de empezar

1. Analiza la información y responde.

Dos niños intercambian figuras coleccionables y acordaron algunas condiciones: Sergio da 9 vaqueros por cada 3 caballos que consiga y Gustavo ofrece 8 vaqueros por cada 2 caballos.

- ¿Cuántos vaqueros dará Sergio por un caballo? _____
¿Y por 5 caballos? _____
- ¿Cuántos vaqueros entregará Gustavo por un caballo? _____
¿Y por 7 caballos? _____
- Si le dan 6 caballos a Sergio, ¿cuántos vaqueros deberá entregar?

- Si le dan 4 caballos a Gustavo, ¿cuántos vaqueros tendrá que dar?

- ¿Cuál oferta es mejor, la de Sergio o la de Gustavo? Explica por qué.

2. Resuelve.

Lulú comprará latas de salsa de tomate. En la tienda de Juan, le cobran 15 pesos por 2 latas; en la de Pepe, paga 22 pesos por 5 latas.

- ¿Cuánto cuesta una lata de tomate en la tienda de Pepe? _____
¿Y en la de Juan? _____
- ¿Cuánto se pagaría por tres latas con Pepe? _____ ¿Y con Juan? _____
¿En dónde le conviene más comprar? _____

3. Lee y contesta. Argumenta tu respuesta.



Luz y Felipe prepararon agua de frutas. Ella puso 200 gramos de azúcar por cada 600 mililitros de agua y él, 300 gramos de azúcar por cada 900 mililitros de agua. ¿Quién hizo el agua más azucarada?



Repaso lo que aprendí

Comparación de razones con cociente exacto

En una razón se comparan dos cantidades por medio de una división. Si por cada cantidad b , tenemos una cantidad a , la razón entre estas se expresa así: a por cada b como fracción: $\frac{a}{b}$, o como división: $a \div b$.

Por ejemplo, si nos dan 10 hojas de papel por cada 5 pesos, expresamos esta razón como una fracción: $\frac{10}{5}$, o $10 \div 5 = 2$.

Esto significa que *por cada peso nos darán 2 hojas*; y podemos verificarlo con las fracciones, porque $\frac{10}{5}$ es equivalente a $\frac{2}{1}$, que significa *2 por cada 1*. Además, con esta información, podemos conocer:

- Cuántas hojas nos darán por x pesos. Para ello, multiplicamos la cantidad x por 2; si $x = 15$ pesos, nos darán $15 \times 2 = 30$ hojas.
- Qué cantidad de pesos necesitamos para comprar una cantidad y de hojas. Para ello, dividimos y entre 2; si $y = 40$ hojas, necesitamos $40 \div 2 = 20$ pesos.

Podemos comparar las razones como fracciones o por su cociente:

En la tienda A se venden 10 hojas por 5 pesos, y en la tienda B, 9 hojas por 3 pesos. Primero, escribimos como razón la relación hojas por pesos:

$$\text{Tienda A} = \frac{10}{5}$$

$$\text{Tienda B} = \frac{9}{3}$$

Caso 1. Comparamos las razones como fracciones, usando productos cruzados para escribirlas como fracciones con igual denominador:

$$\frac{10}{5} = \frac{10 \times 3}{5 \times 3} = \frac{30}{15}$$

Significa que nos darán 30 hojas por 15 pesos.

$$\frac{9}{3} = \frac{9 \times 5}{3 \times 5} = \frac{45}{15}$$

Significa que nos darán 45 hojas por 15 pesos.

Por tanto, conviene más comprar en la tienda B.

Caso 2. Comparamos las razones por su cociente:

$$10 \div 5 = 2 \text{ Significa que nos darán } 2 \text{ hojas por cada peso.}$$

$$9 \div 3 = 3 \text{ Significa que nos darán } 3 \text{ hojas por cada peso.}$$

Y llegamos a la misma conclusión: conviene más comprar en la tienda B.

1. Escribe la razón que corresponde, como se indica.

- | | | | |
|----|----------------|----------------------|-----------------------------------|
| a) | 3 por cada 15 | Como fracción: _____ | Como división: _____ \div _____ |
| b) | 15 por cada 3 | Como fracción: _____ | Como división: _____ \div _____ |
| c) | Por cada 5, 20 | Como fracción: _____ | Como división: _____ \div _____ |
| d) | Por cada 20, 5 | Como fracción: _____ | Como división: _____ \div _____ |
| e) | 8 por cada 12 | Como fracción: _____ | Como división: _____ \div _____ |

 Aprende en casa



bit.ly/3zAVCzE

2. Lee y responde.

Luis comprará estampas para un álbum y vio que en varias papelerías están en oferta. En El Lapicero se ofrecen 16 estampas por cada 4 pesos, en La Calculadora, se ofertan 18 por cada 3 pesos, y en La Hoja dan 24 por cada 6 pesos.

- a) Anota cuántas estampas le dan por cada peso en:
El Lapicero: _____ La Calculadora: _____ La Hoja: _____
- b) Escribe cuántas estampas le dan por 12 pesos en:
El Lapicero: _____ La Calculadora: _____ La Hoja: _____
- c) ¿En cuál de las tres papelerías la oferta es mejor? _____
- d) ¿En cuáles papelerías la oferta es equivalente? _____



3. Lee, responde y juega.

Gonzalo y Elena juegan a intercambiar canicas y palitos chinos. Gana el que al final tenga más palitos. Cada uno debe escoger una de estas reglas:



- a) Por cada canica, 4 palitos
- b) Por cada 2 canicas, 6 palitos
- c) 8 palitos, por cada 4 canicas
- d) 24 palitos, por cada 8 canicas

¿Cuál de las reglas es más conveniente? Argumenta tu respuesta.

Comparación de razones con cociente decimal

En ocasiones, al escribir una razón, **a por cada b**, como fracción, $\frac{a}{b}$, el numerador no es un múltiplo del denominador, y al anotarla como división $a \div b$, el cociente no es un número natural. Este tipo de razones también pueden compararse como fracciones o como cocientes. Observa:

El índice de natalidad de un país A es la razón entre el número de nacimientos durante un año y determinado número de habitantes:

$$\frac{\text{número de nacimientos en un año}}{\text{número de habitantes}} = \frac{120}{10\,000} \text{ o } 120 \div 10\,000 = 0.012$$

Esto significa que nacieron 120 niños por cada 10 000 habitantes o que por cada habitante hubo 0.012 nacimientos. Y si queremos saber el número de nacimientos por 25 mil habitantes, multiplicamos $25\,000 \times 0.012 = 300$ nacimientos.

En un país B, en el mismo año, hubo 13 nacimientos por cada 1000 habitantes, es decir: $\frac{13}{1000}$.

Caso 1. Comparamos las razones como fracciones:

$$\frac{120}{10\,000}$$

Nacieron 120 niños por cada 10 000 habitantes.

$$\frac{13}{1000} = \frac{13 \times 10}{1000 \times 10} = \frac{130}{10\,000}$$

Hubo 130 nacimientos por cada 10 000 habitantes.

Caso 2. Comparamos las razones por su cociente:

$$120 \div 10\,000 = 0.012$$

$$13 \div 1000 = 0.013$$

La razón de nacimientos por habitantes es mayor en el país B que en el A:

$$\frac{13}{1000} > \frac{120}{10\,000} \text{ y } 0.013 > 0.012.$$

1. Revisa la situación, responde y haz lo que se indica.

Griselda y Horacio están por construir una habitación para ampliar su casa. Dos empleados de la construcción ofrecen las siguientes propuestas.



Trabajo 8 horas diarias de lunes a viernes y sábado solo media jornada. Cobro a la semana \$2700.



Trabajo 4 horas diarias de lunes a sábado. Cobro \$3000 a la quincena.

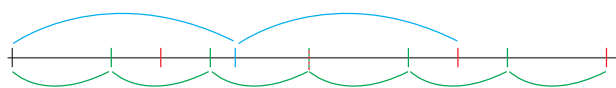
- a) ¿Cuántas horas trabaja el primer empleado a la semana?

- b) ¿Cuántas horas trabaja el segundo empleado a la semana?

- c) ¿Cuánto cobra el primer trabajador a la semana? _____
- d) ¿Cuánto cobra el segundo trabajador a la semana? _____
- e) ¿Cuál de los dos empleados cobra más por hora? ¿Por qué? _____

2. Analiza el diagrama y responde.

La rana A avanza 3 metros por cada 2 saltos de igual longitud. La rana B avanza 4 metros por cada 6 saltos iguales.



- a) Anota la razón de metros avanzados por salto para la rana A.
Como fracción: _____ Como cociente de la división _____

- b) Anota la razón de metros avanzados por salto para la rana B.
 Como fracción: _____ Como cociente de la división: _____
- c) ¿Cuál de las dos ranas avanza más en un salto: la A o la B? _____
- d) ¿Cuántos metros avanza la rana A en un salto? _____
 ¿Y la rana B? _____
- e) ¿Cuántos metros avanza la rana A en 3 saltos? _____
 ¿Y la rana B? _____

3. Lee y responde. Usa tu calculadora para hacer las operaciones.

Tania comprará jamón. En la tienda Los Abarrotes, por 300 g de jamón hay que pagar \$20 y en el expendio La Esquina, 600 g cuestan \$50.

- a) Escribe la razón de kilos de jamón por cantidad de pesos, como una división.
 En Los Abarrotes: _____ ÷ _____ = _____
 En La Esquina: _____ ÷ _____ = _____
- b) Completa para calcular el precio por cada 400 g de jamón.
 En Los Abarrotes: $400 \times$ _____ = _____
 En La Esquina: $400 \times$ _____ = _____
- c) Escribe cuánto se pagaría por 150 g de jamón.
 En Los Abarrotes: _____ En La Esquina _____
- d) ¿En cuál tienda es más barato el jamón? _____

Comparación de razones

Con frecuencia sucede que al comprar la misma cantidad de un producto específico en diferentes lugares, el precio varíe. ¿Es conveniente saber su precio real por unidad?

Ya has trabajado con problemas sencillos de proporcionalidad que implican comparar razones. Ahora se trata de comparar razones expresadas con fracciones o con porcentajes.

La igualdad de dos razones se llama proporción. Una razón se puede expresar en forma de fracción, y en casos sencillos en forma de porcentaje.

Por ejemplo, si se quiere calcular 25% de 85, se cambia el tanto por ciento por una fracción:

25% equivale a 0.25 de la cantidad dada; lo cual se asocia a la cuarta parte, es decir, $\frac{1}{4}$. De modo que

al utilizar fracciones: $85 \times \frac{1}{4} = \frac{85}{4} = 21.25$. Si operamos con decimales asociados al porcentaje en

cuestión, tenemos que $0.25 \times 85 = 21.25$.

Para comparar precios de un mismo producto es necesario obtener su precio estableciendo un valor común para determinar adecuadamente dónde sale más barato comprarlo.

También puede compararse el cociente de dos o más razones, el cociente mayor indica que la razón correspondiente también es mayor.

1. Lee y contesta.

Federico y Míriam quieren comprar una pierna horneada para la cena que tendrán en su casa con unos amigos. En la tienda de don Diego les cobran \$30 por 150 gramos, mientras que en la tienda de doña Valeria 300 gramos cuestan \$54.



a) ¿Cuánto cuesta el kilo de pierna en cada tienda?

b) ¿Dónde conviene comprar la pierna horneada?

2. Lee y responde.

En la tienda de frutas El Oso, el precio aproximado de 130 g de fresa es de \$6.00; en la tienda El Gallo, 350 g de fresa cuestan \$12.00.

a) Completa la tabla.

Cantidad de fresa	El Oso	El Gallo
60 g		
$\frac{1}{4}$ de kg		
$\frac{1}{2}$ kg		
1 kg		

b) ¿En cuál tienda conviene comprar 1 kg de fresa? _____

c) ¿Cuánto costarán 12 kg de fresa en cada tienda? _____

d) ¿Cuánto costarán 60 g de fresa en las dos tiendas? _____

3. Lee y resuelve.

Claudia y Marina quieren remodelar su departamento. Un arquitecto les recomienda que compren bloques de yeso para darle un mejor acabado. Ellas van a tres diferentes lugares para comparar los precios. El problema del costo no resulta tan sencillo, pues los precios cambian y no les dan una misma cantidad de bloques.

Tienda 1:
Dan 25 bloques por \$140.

Tienda 2:
Ofrecen 30 bloques por \$180.

Tienda 3:
Venden 50 bloques por \$260.

Claudia sabe que no es muy fácil calcular en cuál lugar cuestan más baratos los bloques, por lo que hace la siguiente tabla. Ayúdala a completarla y responde.

Número de piezas	Costo por pieza		
	Tienda 1	Tienda 2	Tienda 3
1			
25			
30			
50			

- a) ¿En dónde les cuesta más barato comprar los bloques? _____
- b) ¿En dónde les cuesta más caro comprar los bloques? _____
- c) Si compraran 100 bloques, ¿cuánto pagarían en la tienda que da más barato?
- _____

Expresión del valor de la razón

Una razón también se puede expresar mediante la comparación de dos números relacionados con el número de veces que sucede algo. Por ejemplo, si Sofía metió 3 goles y Fabiola metió 2, aparentemente Sofía es mejor goleadora que Fabiola; sin embargo, no podemos determinar quién de las dos es mejor goleadora, pues es necesario comparar con el número de veces que tiraron a gol.

Supongamos que Sofía tiró a gol 10 veces, y logró meter 3 de 10 tiros, es decir, $\frac{3}{10}$. Si Fabiola tiró a gol 5 veces, y logró meter 2 de 5 tiros, sería $\frac{2}{5}$.

Como $\frac{2}{5}$ es mayor que $\frac{3}{10}$, entonces podemos decir que Fabiola es mejor goleadora que Sofía. Sin embargo, debemos considerar que la portera fue siempre la misma y que las condiciones de tiro de las niñas fueron similares.

Otro ejemplo: en unas votaciones para representante de grupo, en 6.º A, Rosaura obtuvo 13 votos. En 6.º B, Saúl alcanzó 17 votos y en 6.º C, Adrián logró 15 votos. ¿Quién de ellos tiene mayor representatividad en su grupo?

Aparentemente Saúl tuvo más votos y podríamos pensar que es el que tiene mayor representatividad, sin embargo, solo podemos responder esta pregunta si sabemos cuántos votantes hay en cada grupo.

Supongamos que en 6.º A hay 35 alumnos, en 6.º B, 40 alumnos, y en 6.º C, 30 alumnos, tenemos que:

Rosaura obtuvo 13 votos de 35 estudiantes, Saúl 17 votos de 40; y Adrián 15 votos de 30 participantes.

Como $\frac{13}{35} < \frac{17}{40} < \frac{15}{30}$, entonces Adrián fue quien obtuvo mayor representatividad, pues la mitad del grupo votó por él.

1. Resuelve la situación.

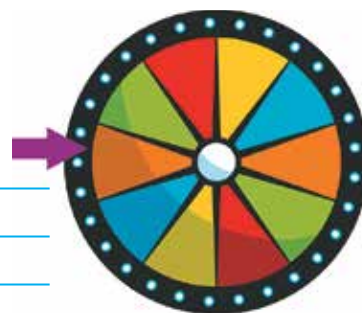
Elena, Cristian y Tania participaron en su salón para elegir representante de la comisión de estudio. Las votaciones dieron estos resultados: Elena obtuvo 27 votos de 50, Cristian 25 votos de 48, y Tania 23 votos de 45.

- a) ¿Qué fracción se le puede asignar a cada uno con respecto al número de votos obtenidos en su favor? Elena _____ Cristian _____ Tania _____
- b) ¿Quién de los tres tiene mayor representatividad en su grupo, Elena, Cristian o Tania? _____

2. Analiza el problema y responde.

Manuel, Luz y Yuri hicieron girar una ruleta como la de la figura. El objetivo del juego era que la flecha señalara el espacio rojo. Manuel giró la ruleta 20 veces, de las cuales se detuvo en el rojo 4 veces. Luz hizo 15 giros y la flecha señaló el rojo 3 veces; Yuri giró 10 veces la ruleta y la flecha marcó el rojo 3 veces.

- a) ¿Es correcto afirmar que Manuel es el ganador porque obtuvo más veces el rojo que Luz y Yuri? _____ ¿Por qué? _____
- b) ¿Cuántas veces logró el rojo Manuel? _____ ¿De cuántos giros? _____
- c) ¿En qué proporción o razón obtuvo Manuel el rojo? _____
- d) ¿Quién de los tres logró más veces el rojo en proporción? _____



3. Lee la información y resuelve según se indica.

En una encuesta sobre hábitos de higiene entre estudiantes, 8 de cada 10 respondieron que sí se lavan las manos antes de comer; 6 de cada 8 dijeron que se cortan las uñas una vez por semana; y 4 de cada 6 estudiantes dijeron que se cepillan los dientes después de comer.

- a) Anota la cantidad de estudiantes que afirman tener cada hábito, si la encuesta se aplicó a 480 estudiantes.
- Lavarse las manos: _____
 - Cortarse las uñas: _____
 - Cepillarse los dientes: _____
- b) Anota la razón que representa la cantidad de alumnos que:
- Se lava las manos: _____
 - Se corta las uñas: _____
 - Se cepilla los dientes: _____
- c) ¿Qué hábito está más arraigado: lavarse las manos o cortarse las uñas? _____
- d) Entre cortarse las uñas o cepillarse los dientes, ¿cuál hábito está más extendido entre los estudiantes? _____

Fracciones equivalentes y razones

Dada una fracción, podemos encontrar otras **fracciones equivalentes** por **ampliación**, al multiplicar ambos términos por un mismo número natural; o por **reducción**, cuando los términos se dividen entre un mismo número y las dos divisiones son exactas.

$$\text{Ampliación: } \frac{5}{9} = \frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{10}{18}$$

$$\text{Reducción: } \frac{120}{210} = \frac{120 \div 10}{210 \div 10} = \frac{12}{21} = \frac{12 \div 3}{21 \div 3} = \frac{4}{7}$$

Una fracción se escribe como **fracción equivalente irreducible** cuando no hay manera de dividir el numerador y el denominador entre el mismo número natural, de forma tal que las dos divisiones sean exactas.

Una **razón** es el **cociente** entre dos números a y b . Se escribe $\frac{a}{b}$, sirve para comparar las dos cantidades a y b , e indica el número de veces que una cantidad es mayor que otra. Por ejemplo, si tenemos una cartulina de 70 cm de largo y 50 cm de ancho, la razón entre el largo y el ancho es $\frac{70}{50}$ que, por reducción, es equivalente a $\frac{7}{5}$, lo que quiere decir que por cada 5 cm de ancho hay 7 cm de largo; o si escribimos el cociente $7 \div 5 = 1.4$, significa que el largo es 1.4 veces el ancho.

También se puede calcular la razón entre el ancho y el largo, que es $\frac{50}{70}$ equivalente a $\frac{5}{7}$, y significa que por cada 7 cm de largo hay 5 cm de ancho o, si se escribe el cociente $5 \div 7 = 0.71$, quiere decir que el ancho es 0.71 veces el largo.

1. En cada caso, escribe tres fracciones equivalentes por ampliación.

a) $\frac{1}{2}$ _____

b) $\frac{3}{4}$ _____

2. Escribe cada fracción como fracción equivalente irreducible.

a) $\frac{12}{24} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{45}{75} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{42}{24} = \frac{\square}{\square}$



Quiero saber más

Ingresa al sitio www.bit.ly/3JbRysD donde aprenderás más sobre fracciones equivalentes.

3. Lee y completa.

Una tela mide 60 metros de largo por 30 de ancho.

a) La razón entre largo y ancho es $\frac{\square}{30}$, cuya fracción equivalente irreducible es $\frac{\square}{1}$, como cociente: _____ \div 1 = _____. La fracción significa que por cada 1 m de ancho hay _____ m de largo; y el cociente indica que el largo es _____ veces el ancho.

b) La razón entre ancho y largo es $\frac{\square}{\square}$, cuya fracción equivalente irreducible es $\frac{\square}{\square}$, como cociente: _____ \div _____ = _____. La fracción significa que por cada _____ m de largo hay _____ m de _____; y el cociente indica que el ancho es _____ veces el _____.

Razones y proporciones

Una **razón** no siempre es una fracción, pues también podemos comparar dos cantidades que no sean números naturales. Por ejemplo, si una persona corre 100 metros en 9.5 segundos, la razón entre metros y segundos es $\frac{100}{9.5}$ y esta no es una fracción, porque el denominador no es un número natural.

Una **proporción** es una igualdad entre dos razones, se representa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y se lee “a es a b como c es a d”.

Las proporciones cumplen la regla fundamental de los productos cruzados:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si y solo si } a \times d = c \times b$$

Si dos razones son **fracciones equivalentes**, constituyen una proporción, porque las fracciones equivalentes satisfacen la regla de los productos cruzados. Por ejemplo, para preparar pintura color de rosa, en un bote se vierten 2 litros de pintura roja por cada 8 litros de pintura blanca; si se hace en una cubeta, se usan 6 litros de pintura roja por cada 24 litros de pintura blanca.

La razón entre la pintura roja y la blanca en el bote es $\frac{2}{8}$. La razón en la cubeta es $\frac{6}{24}$. Como $\frac{2}{8} = \frac{2 \times 3}{8 \times 3} = \frac{6}{24}$, las fracciones son equivalentes y cumplen la regla de los productos cruzados: $2 \times 24 = 48 = 8 \times 6$. Entonces, tanto en la cubeta como en el bote, la cantidad de pintura roja y pintura blanca está en proporción.

Si en un bote más pequeño se vacían 1.5 litros de pintura roja por cada 6 litros de pintura blanca, la razón de pintura roja y la blanca es $\frac{1.5}{6}$ y como $1.5 \times 8 = 12 = 6 \times 2$, las razones son iguales: $\frac{1.5}{6} = \frac{2}{8}$; por tanto, la cantidad de pintura blanca y roja está en proporción en los dos botes.

1. Lee, haz lo que se indica y responde.

Gloria dedica cada día 3 horas para estudiar por cada 2 horas que juega; César estudia 6 horas por cada 4 horas de juego, y Diego destina al estudio 8 horas por cada 3 que juega.

a) Escribe la razón entre horas de estudio y juego:

Gloria: _____ César: _____ Diego: _____

b) ¿Quiénes estudian y juegan en la misma proporción? _____

2. Lee y responde.

Salomé cocina arroz siguiendo una receta para 6 porciones, pero ella hará un guisado para más personas. Los ingredientes deben estar en proporción para que el platillo quede bien preparado. En la tabla se muestran las cantidades de los ingredientes de la receta original y las cantidades que piensa usar Salomé.

Ingredientes	Receta	Salomé
Arroz	500 g	800 g
Jitomate	300 g	480 g
Zanahoria	250 g	400 g
Calabazas	200 g	300 g

Las razones entre las cantidades de la receta y las que usará Salomé, ¿están en la misma proporción? Argumenta tu respuesta.

Para profundizar en estos contenidos curriculares indispensables puedes consultar:

LTG, sexto grado, páginas 101 a 103, 130 a 132 y 151 y 152