

# Mínimo común múltiplo y máximo común divisor



Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas que implican multiplicar o dividir números fraccionarios o decimales con números naturales.



## Antes de empezar

### 1. Escribe los primeros 10 múltiplos.

- a) Múltiplos de 6: \_\_\_\_\_
- b) Múltiplos de 9: \_\_\_\_\_

### 2. Escribe todos los divisores.

- a) Divisores de 35: \_\_\_\_\_
- b) Divisores de 22: \_\_\_\_\_
- c) Divisores de 28: \_\_\_\_\_

### 3. Rodea la opción que contiene divisores de 210.

- a) 2, 3, 4, 5, 7
- b) 2, 3, 4, 5, 6, 7
- c) 2, 3, 5, 7

### 4. Lee y resuelve.

- a) Rosa, Alejandro y Blanca practican natación en el mismo deportivo. Rosa va cada 2 días, Alejandro asiste cada 3 días y Blanca, cada 4 días. Hoy los tres se encontraron en la clase.

¿Dentro de cuántos días volverán a coincidir los tres?

\_\_\_\_\_

- b) Manuel tiene un cable rojo de 20 m y otro azul de 30 m. Cortará trozos de la misma longitud y del mayor tamaño posible, sin que le sobre cable.

¿De cuántos metros debe ser la longitud de los trozos de cable?

\_\_\_\_\_

- c) Alexis tiene un garrafón con 24 L de agua de naranja y otro con 30 L de agua de tamarindo. Quiere distribuirlos en jarras con la mayor cantidad de agua posible, sin que le sobre.

¿Cuántos litros de agua debe colocar en cada jarra?

\_\_\_\_\_



## Repaso lo que aprendí

### Múltiplos y regularidades

Los **múltiplos de un número natural** son todos aquellos que se obtienen al multiplicarlo por otro número natural.

Primeros nueve múltiplos de 6:

$6 \times 1$	$6 \times 2$	$6 \times 3$	$6 \times 4$	$6 \times 5$	$6 \times 6$	$6 \times 7$	$6 \times 8$	$6 \times 9$
6	12	18	24	30	36	42	48	54

Los múltiplos de 6 son 6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 54, 60, 66... Observa que el 6 es múltiplo de 6.

En general, todo número es múltiplo de sí mismo.

- Los múltiplos de 2, 3 y 5 tienen un **comportamiento regular**.
- Los **múltiplos de 2** son 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 18, 20, 22, 24... y cualquier número que termine en cero o en una cifra par. Por ejemplo, 99 994 es múltiplo de 2 porque termina en una cifra par.
- Los **múltiplos de 3** son 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36... y cualquier número cuya suma de sus cifras sea múltiplo de 3. Por ejemplo, 1 374 es múltiplo de 3 porque la suma de sus cifras ( $1 + 3 + 7 + 4 = 15$ ) es múltiplo de 3.
- Los **múltiplos de 5** son 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60... y cualquier número que termine en cero o en 5. Por ejemplo, 4 445 y 9 990 son múltiplos de 5.

#### 1. Encuentra los números que faltan en la tabla y contesta.

		Columnas											
×		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Filas	11				44						110		
	13							91					
	15					75							
	17					85							
	19								152				
	21								168				
	23												
	25										250		
	27								189				297
	30									240			360
	50										450		
	80		160		320								

- a) ¿Qué hiciste para encontrar los números faltantes? \_\_\_\_\_
- b) ¿Cómo se llama la cantidad que resulta de multiplicar cada número de la columna de la izquierda por los de la fila superior? \_\_\_\_\_
- c) ¿Cuáles son los múltiplos de 13 que aparecen en la tabla? \_\_\_\_\_
- d) ¿Qué similitudes tienen los múltiplos de 15 y 25? \_\_\_\_\_

**2. Anota los datos faltantes en la tabla y completa las oraciones de abajo.**

Josué encontró algunas regularidades entre los múltiplos de 2, 3 y 5.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2										
3										
5										

- a) Los múltiplos de 2 son \_\_\_\_\_
- b) Si el conjunto de múltiplos de un número menor que 10 siempre termina en cero o 5, entonces son múltiplos de \_\_\_\_\_
- c) Si se suman las cifras de cualquier múltiplo de 3 hasta obtener un resultado con una cifra, esa cantidad siempre será uno de los siguientes números:  
\_\_\_\_\_
- d) Las cifras en las que puede terminar un múltiplo de 2 son \_\_\_\_\_

**3. Escribe los primeros 12 múltiplos de los siguientes números.**

- a) Múltiplos de 4: \_\_\_\_\_
- b) Múltiplos de 7: \_\_\_\_\_
- c) Múltiplos de 11: \_\_\_\_\_
- d) Múltiplos de 12: \_\_\_\_\_

**4. Completa lo que se pide.**

- a) El 852 es múltiplo de \_\_\_\_\_  
y también es múltiplo de \_\_\_\_\_
- b) El 89 615 es múltiplo de \_\_\_\_\_
- c) El 7 958 es múltiplo de \_\_\_\_\_

- d) Un múltiplo de 2, 4 y 6 es \_\_\_\_\_
- e) Un múltiplo de 2, 3 y 5 es \_\_\_\_\_
- f) Un múltiplo de 3 y 5 es \_\_\_\_\_
- g) Un múltiplo de 9 y 5 es \_\_\_\_\_

## 5. Contesta.

Irma tiene una forma original de decirle a la gente su año de nacimiento. Todas las cifras son diferentes y si lo lees de izquierda a derecha:

- La primera cifra es múltiplo de 1.
- La segunda cifra es múltiplo de 3 y es un número impar.
- Las dos primeras cifras forman un número mayor que 15 y menor que 20.
- La tercera cifra es múltiplo de 2, 4 y 8.
- Las dos últimas cifras forman un múltiplo de 41.

¿En qué año nació Irma? \_\_\_\_\_



### Quiero saber más

Entra en el sitio [bit.ly/3vXah67](https://bit.ly/3vXah67), donde encontrarás un interactivo que te permitirá repasar los temas vistos en esta lección.

## Divisibilidad

Los divisores de un número son aquellos valores que dividen al número en partes exactas, sin que haya sobrantes. Por ejemplo, **7 es divisor**, entre otros, de **7, 35 y 105** porque al dividir estos números entre 7 el residuo es cero.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7 \overline{)7} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 7 \overline{)35} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 7 \overline{)105} \\ 35 \\ 0 \end{array}$$

El **1 es divisor de cualquier número** porque siempre podemos dividir cualquier número entre 1 sin que sobre algo. Por ejemplo, si guardamos 18 pelotas en bolsas individuales, usaremos 18 bolsas y no sobrarán pelotas.

**Todo número es divisible entre sí mismo.** Igual que en el ejemplo anterior, al guardar las 18 pelotas en una bolsa se hace un solo paquete y no sobra ninguna pelota.

Un número puede tener varios divisores: el 16 puede dividirse entre 16, 8, 4, 2 y 1 sin que sobre algo. Cuando se descompone un número en forma de multiplicación, los factores son divisores de ese número. Por ejemplo: 126 se descompone de varias maneras:  $126 = 7 \times 6 \times 3 = 7 \times 2 \times 9$ .

Por tanto, 2, 3, 6, 7 y 9 son divisores de 126.

Existen algunos **criterios de división** que nos ayudan a encontrar la divisibilidad de un número entre otro sin necesidad de efectuar la división.

Un número es divisible:

- entre 2 cuando termina en 0 o en una cifra par;
- entre 3 si la suma de sus cifras es divisible entre 3. Por ejemplo, 1344 es divisible entre 3 porque la suma de sus dígitos es 12. Y la división  $1344 \div 3 = 448$  es exacta;
- entre 5 si termina en 0 o 5.



**1. Lee el problema y haz lo que se pide para resolverlo.**

Ezequiel recibió varios pedidos y para entregarlos llenó bolsas con las cantidades que se muestran en la tabla.

Pedido	Cantidad de duraznos	Cantidad de duraznos por bolsa
1	64	12
2	75	15
3	45	4
4	25	3

a) Resuelve las operaciones y escribe cuántas bolsas llenó en cada caso y si le quedaron sobrantes.

$$12 \overline{)64}$$

$$15 \overline{)75}$$

$$4 \overline{)45}$$

$$3 \overline{)25}$$

- Pedido 1: \_\_\_\_\_
- Pedido 2: \_\_\_\_\_
- Pedido 3: \_\_\_\_\_
- Pedido 4: \_\_\_\_\_

**2. Encuentra los divisores de los números.**

- |             |              |
|-------------|--------------|
| a) 4: _____ | d) 12: _____ |
| b) 6: _____ | e) 15: _____ |
| c) 7: _____ | f) 27: _____ |

**3. Resuelve.**

Josefina y Édgar trabajan en un almacén y tienen que acomodar 45 latas de refresco en cajas iguales, sin que les sobre alguna. ¿De qué forma pueden acomodar los refrescos? Édgar propone que se acomoden en cajas con 9 latas. Josefina sugiere que sean cajas con 15 latas.

- a) Revisa las sugerencias de Josefina y de Édgar y propón otras dos diferentes para acomodar las latas. \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- b) Si Josefina y Édgar deben acomodar 24 latas, encuentra dos opciones para formar paquetes sin que sobre alguna lata. \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

4. Completa las descomposiciones y escribe los divisores que resultan. Observa el ejemplo.

270 = 27 × 10 = 3 × 9 × 2 × 5. 27, 10, 3, 9, 2 y 5 son algunos divisores de 270.

210 = \_\_\_ × 35 = \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_. \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_ y \_\_\_ son algunos divisores de 210.

120 = \_\_\_ × 15 = \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_. \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_ y \_\_\_ son algunos divisores de 120.

252 = \_\_\_ × 28 = \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_. \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_ y \_\_\_ son algunos divisores de 252.

306 = \_\_\_ × 51 = \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_. \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_ y \_\_\_ son algunos divisores de 306.

414 = \_\_\_ × 69 = \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_. \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_ y \_\_\_ son algunos divisores de 414.

708 = \_\_\_ × 118 = \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_ × \_\_\_. \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_ y \_\_\_ son algunos divisores de 708.

5. Completa la tabla con divisores de cada número.

De 189	3			21	27		189
De 286	2	11	13			143	

### Mínimo común múltiplo

Un número puede ser múltiplo de dos o más números a la vez; en este caso, se dice que es su **múltiplo común**. Por ejemplo, 24 es múltiplo común de 2, 3, 4, 6, 8 y 12, porque  $2 \times 12 = 24$ ,  $3 \times 8 = 24$ ,  $4 \times 6 = 24$ ,  $6 \times 4 = 24$ ,  $8 \times 3 = 24$  y  $12 \times 2 = 24$ .

El **mínimo común múltiplo** es el menor de los múltiplos comunes a dos o más números. Para encontrarlo, se escriben los múltiplos de cada número, se localizan los que sean comunes y se elige el menor.

Por ejemplo, para 3, 4 y 6, el mínimo común múltiplo se obtiene así:

Múltiplos de 3: 3, 6, **12**, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, **36**, 39, 42, 45, 48...

Múltiplos de 4: 4, 8, **12**, 16, 20, 24, 28, 32, **36**, 40, 44, **48**, 52, 56, 60, 64...

Múltiplos de 6: 6, **12**, 18, 24, 30, **36**, 42, **48**, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90...

Los primeros tres múltiplos comunes a 3, 4 y 6 son 12, 24 y 36. El menor es 12, por tanto, este es el mínimo común múltiplo (**mcm**) de los tres números.

1. Escribe los primeros 15 múltiplos de los siguientes números y haz lo que se pide.

- Múltiplos de 2: \_\_\_\_\_
- Múltiplos de 3: \_\_\_\_\_
- Múltiplos de 4: \_\_\_\_\_
- Múltiplos de 5: \_\_\_\_\_
- Múltiplos de 7: \_\_\_\_\_

a) Rodea de rojo los múltiplos comunes a 3 y 7. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 3 y 7? \_\_\_\_\_

b) Rodea de verde los múltiplos comunes a 3 y 5. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 3 y 5? \_\_\_\_\_

- c) Subraya con negro los múltiplos comunes a 4 y 5. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 4 y 5? \_\_\_\_\_
- d) Encierra en un cuadro negro los múltiplos comunes a 2, 3 y 4. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 4? \_\_\_\_\_

**2. Escribe tres números de los que el número indicado sea múltiplo común.**

- El 18 es múltiplo común de \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.
- El 12 es múltiplo común de \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.

**3. Lee y responde.**

Heriberto debe tomar suero cada 2 horas, una cucharada de jarabe cada 6 horas y una pastilla cada 8 horas. Considera que se tomó el suero, el jarabe y la pastilla a las 12 del día.

- a) ¿A qué hora tomará solo suero y jarabe juntos? \_\_\_\_\_
- b) ¿A qué hora tomará solo suero y pastilla juntos? \_\_\_\_\_
- c) ¿Cuáles son los primeros tres múltiplos comunes de 2, 6 y 8? \_\_\_\_\_
- d) ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 4? \_\_\_\_\_
- e) ¿A qué hora volverá a tomar los tres medicamentos juntos? \_\_\_\_\_

**4. Lee y completa.**

Por el aniversario de una tienda, a cada tercer cliente se le regala un calendario; a cada cuarto, una agenda; y a cada octavo, una playera. Un cliente recibirá los tres regalos simultáneamente. Averigua el número de ese cliente.

- El cliente número \_\_\_\_\_ será el primero en recibir los tres regalos.



**Quiero saber más**

Entra en el sitio [www.bit.ly/3oCMpAg](http://www.bit.ly/3oCMpAg) y utiliza el recurso didáctico para verificar los ejercicios resueltos con anterioridad. Anota los números en cuestión, separados por comas, y para finalizar presiona la opción "Ir". Compara tu procedimiento con el que se muestra en la pantalla.

## 5. Lee y resuelve.

En un aeropuerto salen dos vuelos al mismo destino, pero con distintos intervalos de salida. El vuelo A sale cada 7 horas y el B, cada 5 horas.

- Si a las 12:00 horas salieron ambos vuelos, ¿cuántas horas pasarán como mínimo para que coincidan otra vez sus salidas?



### Máximo común divisor

El número que es divisor de dos o más números se llama **común divisor**. El 5 es común divisor de 10 y de 25 porque  $10 \div 5 = 2$  y no sobra nada, y  $25 \div 5 = 5$  y no sobra nada.

El **máximo común divisor** de dos números es el mayor de los divisores comunes a estos. Para determinarlo, escribimos todos los divisores de cada número, luego ubicamos los divisores comunes y el mayor es el máximo común divisor.

Por ejemplo, para 36 y 24:

Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

Divisores comunes: 1, 2, 3, 4, 6 y 12

Por tanto, el máximo común divisor (**mcd**) de 36 y 24 es 12.

## 1. Escribe todos los divisores y responde.

- Divisores de 20: \_\_\_\_\_
- Divisores de 30: \_\_\_\_\_
- Divisores de 54: \_\_\_\_\_
- Divisores de 32: \_\_\_\_\_

- ¿Cuál es el máximo común divisor de 54 y 32? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es el máximo común divisor de 32 y 30? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es el máximo común divisor de 20 y 30? \_\_\_\_\_



**2. Tacha en cada caso el número que no es divisor de las dimensiones de los camiones.**

Trini y Toño se encargan de acomodar cajas en forma de cubo dentro de camiones de carga. Deben ponerlas de manera que no queden espacios libres para que el camión viaje completamente lleno. Hay tres tipos de cajas: las de 3 dm, las de 5 dm y las de 6 dm de cada arista; y tres camiones de diferentes tamaños: el primero con espacio de 40 dm × 75 dm × 90 dm, el segundo de 36 dm × 60 dm × 72 dm, y el tercero de 45 dm × 54 dm × 93 dm.

- 40 tiene como divisores los números: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 20, 40.
- 75 tiene como divisores los números: 1, 3, 5, 15, 25, 35, 75.
- 90 tiene como divisores los números: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 40, 45, 90.
- 60 tiene como divisores los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60, 120.
- 72 tiene como divisores los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

a) Escribe los divisores de las dimensiones del tercer camión.

- 45 tiene como divisores los números: \_\_\_\_\_
- 54 tiene como divisores los números: \_\_\_\_\_
- 93 tiene como divisores los números: \_\_\_\_\_

b) Responde para determinar qué cajas se acomodan mejor en los camiones.

- ¿Cuáles son los divisores comunes de los números 40, 75 y 90? \_\_\_\_\_
- ¿Cuáles son los divisores comunes de los números 36, 60 y 72? \_\_\_\_\_
- ¿Cuáles son los divisores comunes de los números 45, 54 y 93? \_\_\_\_\_

c) ¿Cuál es el máximo común divisor de las dimensiones de cada camión?

- Máximo común divisor de 40, 75 y 90: \_\_\_\_\_
- Máximo común divisor de 36, 60 y 72: \_\_\_\_\_
- Máximo común divisor de 45, 54 y 93: \_\_\_\_\_

d) ¿En qué camión Trini y Toño decidieron meter cada tipo de caja?

- En el primer camión pondrán las cajas cuya arista mide \_\_\_\_\_
- En el segundo camión colocarán las cajas cuya arista mide \_\_\_\_\_
- En el tercer camión meterán las cajas cuya arista mide \_\_\_\_\_



### Quiero saber más

En el sitio [www.bit.ly/3ze9RbY](http://www.bit.ly/3ze9RbY) encontrarás un generador para obtener el máximo común divisor de hasta cuatro números. Utilízalo para comprobar los resultados de las actividades de esta sección.

**Para profundizar en estos contenidos curriculares indispensables puedes consultar:**

LTG, sexto grado, páginas 75 a 89 y 134 a 139.