

Formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales



Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.



Antes de empezar

1. **Escribe una expresión algebraica o una ecuación para representar cada enunciado. Usa la literal z .**
 - a) Al triple de un número se le suma 2. _____
 - b) La suma de dos enteros consecutivos es 16. _____
 - c) El perímetro de un rectángulo cuya base tiene 10 cm de longitud. _____
 - d) La suma de los perímetros de un polígono regular de 7 lados y un cuadrado con lado de 2 unidades de longitud es igual a 36. _____

2. **Haz lo que se indica. Representa la edad actual de Juan con la literal a .**
 - a) Escribe una expresión algebraica que represente la edad que Juan tendrá dentro de 12 años. _____
 - b) Escribe una expresión algebraica que represente el doble de la edad actual de Juan. _____
 - c) Plantea la ecuación que representa que dentro de 12 años, la edad de Juan será el doble de su edad actual. _____
 - d) ¿Cuál es la edad actual de Juan? _____

3. **Resuelve los problemas.**
 - a) Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide 9 cm. ¿Cuánto mide el tercer lado si el perímetro del triángulo mide 25 cm?
 - Ecuación: _____
 - Solución: _____
 - b) Marisela pensó en un número, lo multiplicó por 3 y le sumó 7. El resultado que obtuvo fue 52. ¿En qué número pensó Marisela?
 - Ecuación: _____
 - Solución: _____
 - c) Tere ahorró una cantidad de dinero x al mes. Durante 5 meses guardó lo mismo y después gastó \$13. Si Tere ahorra esa misma cantidad durante otros 3 meses, y su papá le diera \$9 más, juntaría la misma suma de dinero que le quedó 5 meses atrás luego de gastarse una parte. ¿Cuánto dinero ahorró Tere cada mes?
 - Ecuación: _____
 - Solución: _____



Repaso lo que aprendí

Incógnitas y ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones en la que al menos en una de ellas hay una cantidad desconocida, dicha cantidad se llama *incógnita* y para representarla se usa una literal.

Los siguientes son ejemplos de ecuaciones:

$$x + 13 = 22 \quad y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad 2z + 5 = -3 \quad 3(t - 2) = t - 5$$

Pueden formularse muchos problemas que se representan con la misma ecuación, porque en ella se expresa solo la relación entre las cantidades involucradas, sin importar si se trata de años, dinero, estampas o cualquier otra cosa.

1. Escribe una ecuación que represente cada una de las siguientes situaciones.

- Al sumar 2 al triple de un número se obtiene 14. _____
- El 16% de una cantidad es 32. _____
- La suma de dos enteros consecutivos es 25. _____
- El perímetro de un rectángulo cuya base tiene 10 cm de longitud es 34.

- La suma de los perímetros de un polígono regular de 5 lados y un cuadrado con lado de 3 unidades de longitud es 28. _____
- Gasté la tercera parte del dinero que llevé al mercado y me quedaron 80 pesos.

2. Escribe una ecuación que represente cada una de las siguientes situaciones.

- Pedro pensó en un número, le sumó siete y obtuvo 21. Si x es el número en que pensó Pedro, la ecuación es _____
- En un grupo de primero de secundaria hay siete hombres más que mujeres, y hay 21 hombres. Si x es la cantidad de mujeres, la ecuación es _____
- Ricardo tiene 21 años, y es siete años mayor que su hermano Mauricio. Si x es la edad de Mauricio, la ecuación es _____
- Gerardo tiene 21 estampas, 7 más que Julieta. Si x es la cantidad de estampas que tiene Julieta, la ecuación es _____



Quiero saber más

Consulta el texto 13, “¿Y si usamos también la cuchara?”, del libro *Póngame un kilo de matemáticas*, de Carlos Andradás, de la serie Espejo de Urania de la colección Libros del Rincón, y conoce más sobre ecuaciones.

La solución de una ecuación

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita para el cual el número representado del lado izquierdo del signo igual es el mismo que el número del lado derecho. Por ejemplo, la solución de la ecuación $3x - 1 = 20$ es $x = 7$, porque cuando $x = 7$ se tiene $(3 \times 7) - 1 = 20$.

La solución de una ecuación lineal con una incógnita es un único número, es decir, no puede haber dos valores distintos de la incógnita que hagan cierta la igualdad. Para verificar que un valor es solución de la ecuación, hay que sustituir el valor encontrado por la literal y verificar que el enunciado sea verdadero. Por ejemplo, $x = 2$ no es solución de la ecuación $3x - 1 = 20$, pues cuando $x = 2$, $(3 \times 2) - 1 = 5$, que es distinto de 20. Es decir, no se cumple la igualdad.

1. Lee la información y haz lo que se pide.

El precio de un cuaderno grande es el doble del de un cuaderno chico.

- a) Llama z al precio de un cuaderno chico y escribe estas expresiones algebraicas:
El precio del cuaderno grande _____, lo que pagó Juan al comprar un cuaderno chico y uno grande _____; la cantidad de pesos que le dieron de cambio a Juan si pagó los dos cuadernos con un billete de 100 pesos. _____
Ahora escribe una ecuación que represente que a Juan le dieron 52 pesos de cambio. _____
- b) Subraya el valor de z que es solución de la ecuación que escribiste.
- $z = 10$ $z = 14$ $z = 18$ $z = 16$

Para despejar la incógnita

Encontrar la solución de una ecuación, es despejar la incógnita, es decir, hacer operaciones para dejarla sola de un lado de la igualdad y así obtener la solución. Para despejar la incógnita en una ecuación, se realizan las mismas operaciones en ambos miembros de la igualdad.

Por ejemplo:

- Si la ecuación es de la forma $x + a = b$, se resta a en ambos lados de la ecuación, obteniendo $x + a - a = b - a$, de donde $x = b - a$.
- Si la ecuación es de la forma $x - a = b$, se suma a en ambos lados, obteniendo $x - a + a = b + a$, de donde se concluye que $x = b + a$.
- Si la ecuación es de la forma $ax = b$, se divide entre a ambos lados de la ecuación para llegar a

$$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a} \quad (\text{siempre que } a \text{ sea distinto de } 0), \text{ de donde se concluye que } x = \frac{b}{a}.$$

- Si la ecuación es de la forma $\frac{x}{a} = b$, se multiplica ambos lados de la ecuación por a , obteniendo $a\left(\frac{x}{a}\right) = ab$, de donde $x = ab$.
- Y si la ecuación es de la forma $ax + b = c$, primero se resta b en ambos lados de la igualdad, obteniendo $ax + b - b = c - b$, para llegar a la ecuación $ax = c - b$ y después se divide ambos lados entre a , para llegar a $\frac{ax}{a} = \frac{c - b}{a}$, de donde $x = \frac{c - b}{a}$.



1. Escribe qué operaciones debes realizar en ambos miembros de la igualdad para despejar la incógnita en las ecuaciones.

- a) $x + 13.2 = 21$: _____
- b) $4x = 22$: _____
- c) $5x - 7 = 43$: _____ y _____
- d) $\frac{x}{4} + 1 = 19$: _____ y _____
- e) $8.3x + \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$: _____ y _____

2. Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación.

- a) $5x + 16 = 34$, $x =$ _____ Comprobación: _____
- b) $x - 2.3 = 7.5$, $x =$ _____ Comprobación: _____
- c) $0.01x + 1.2 = 3.2$, $x =$ _____ Comprobación: _____

3. Analiza el procedimiento para resolver cada ecuación. Indica cuáles son correctos y encierra donde empieza la parte errónea en los incorrectos.

- | | | |
|---|--|---|
| <p>a)</p> $8x - 1 = 1$ $8x - 1 + 1 = 1 + 1$ $8x = 2$ $\frac{8x}{8} = \frac{2}{8}$ $x = 4$ | <p>c)</p> $2x - 10 = 0$ $2x - 10 + 10 = 0 + 10$ $2x = 10$ $2x - 2 = 10 - 2$ $x = 8$ | <p>e)</p> $\frac{x}{4} - 3 = 1$ $\frac{x}{4} - 3 + 3 = 1 + 3$ $\frac{x}{4} = 4$ $4\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{4}{4}$ $x = 1$ |
| <p>b)</p> $3x + 20 = 47$ $3x + 20 - 20 = 47 - 20$ $3x = 27$ $\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$ $x = 9$ | <p>d)</p> $2.5x + 1.3x = 5.1$ $2.5 - 2.5 + 1.3x = 5.1 - 2.5$ $1.3x = 2.6$ $\frac{1.3x}{1.3} = \frac{2.6}{1.3}$ $x = 2$ | <p>f)</p> $2x - 3 = 22$ $\frac{2x}{2} - \frac{3}{2} = \frac{22}{2}$ $x - \frac{3}{2} = 11$ $x = 11 + \frac{3}{2}$ $x = 12.5$ |

4. Escribe una ecuación que represente cada enunciado y resuélvela.

- a) Claudia fue al mercado con un billete de \$200. Después de hacer las compras le sobraron \$72.80. ¿Cuánto gastó?

Ecuación y solución: _____

- b) ¿Qué número debe sumarse a $\frac{1}{35}$ para obtener $\frac{3}{7}$?

Ecuación y solución: _____

- c) Don Anselmo, el plomero de la colonia, cortó un tubo de 17 m de largo en cuatro pedazos iguales y le sobraron 3 m. ¿Cuánto mide cada pedazo?
Ecuación y solución: _____
- d) El perímetro de un rectángulo mide 26 cm. Si la base mide 8 cm, ¿cuánto mide su altura?
Ecuación y solución: _____
- e) Enrique gana, a la semana, \$180.50 más que Camila. Si el salario semanal de Enrique es de \$935.50, ¿cuánto gana Camila?
Ecuación y solución: _____
- f) Andrea está ahorrando para comprarse una patineta, pero aún le faltan \$102.50. Si tiene \$210, ¿cuánto cuesta la patineta?
Ecuación y solución: _____

Distribución de la multiplicación respecto a la suma

Al multiplicar la suma de dos o más números por otro número, se obtiene el mismo resultado si primero se hace la suma y luego la multiplicación, que si primero se hace la multiplicación por cada uno de los sumandos y luego se hace la suma de los resultados.

Es decir:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad$$

etcétera.

Por ejemplo: $5(3 + 9) = 5 \times 12 = 60$ y $5(3 + 9) = (5 \times 3) + (5 \times 9) = 15 + 45 = 60$

Como las incógnitas representan números, esta propiedad también es válida para incógnitas. Así, por ejemplo, $5(x + 9) = 5x + (5 \times 9)$, o $x(3 + 9) = 3x + 9x$.

De la misma forma, si se multiplica la resta de dos números por otro número, se obtiene el mismo resultado si primero se hace la resta y luego la multiplicación, que si primero se hace la multiplicación por cada término y luego se hace la resta. Es decir:

$$a(b - c) = ab - ac$$

Por ejemplo: $4(8 - 3) = 4 \times 5 = 20$ y $4(8 - 3) = (4 \times 8) - (4 \times 3) = 32 - 12 = 20$

$$x(8 - 3) = 5x \text{ o } x(8 - 3) = 8x - 3x = 5x.$$

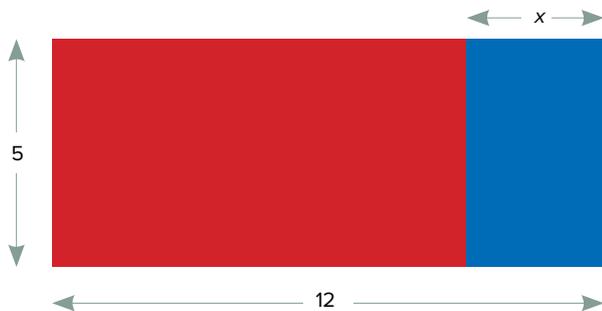
1. Escribe los números o literales faltantes en cada caso.

- | | |
|---|---|
| a) $3(2 + 5) = (3 \times 2) + (3 \times \underline{\quad})$ | e) $20(17 - 8) = (20 \times 17) - 20 \times \underline{\quad}$ |
| b) $2(x + 5) = 2 \underline{\quad} + (2 \times 5)$ | f) $3.7(11 - 2) = (\underline{\quad} \times 11) - (\underline{\quad} \times 2)$ |
| c) $7(10 + 3) = (7 \times \underline{\quad}) + (7 \times 3)$ | g) $9\left(y + \frac{1}{3}\right) = 9 \underline{\quad} + 9 \times \underline{\quad}$ |
| d) $\frac{5}{8}\left(\frac{2}{3} - \underline{\quad}\right) =$ | h) $6\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) =$ |
| $\left(\frac{5}{8} \times \underline{\quad}\right) - \left(\underline{\quad} \times \frac{1}{5}\right)$ | $\left(6 \times \underline{\quad}\right) - \left(\underline{\quad} \times \underline{\quad}\right)$ |

2. Desarrolla los siguientes productos usando la propiedad distributiva.

- a) $x(17 - 4) =$ _____ c) $w\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right) =$ _____
 b) $3.6(y + 1.4) =$ _____ d) $___(5 + y) = 15 + ___ y$

3. Analiza la figura y haz lo que se pide.



- a) Escribe una expresión algebraica que represente la base del rectángulo rojo.

 b) Escribe una expresión que represente el área del rectángulo rojo. _____
 c) ¿Cuál es el área del rectángulo bicolor? _____
 d) Plantea una ecuación que satisfaga que el área del rectángulo rojo mide $\frac{3}{4}$ partes del área del rectángulo bicolor. _____
 e) Resuelve la ecuación del inciso anterior y anota la solución. _____

Agrupación de términos semejantes

Cuando en una expresión algebraica aparecen varios sumandos con la misma literal, podemos agruparlos en uno solo realizando las sumas o las restas correspondientes. A este procedimiento se le conoce como simplificación de expresiones algebraicas mediante agrupación de términos semejantes.

Por ejemplo, la expresión algebraica $3x + 7x - 5x$ se reduce a la expresión $(3 + 7 - 5)x = 5x$.

Si en la expresión aparecen paréntesis, como en la expresión: $2.5(x + 4) + 3x - 1.6$, primero se eliminan los paréntesis realizando las operaciones correspondientes:

$$\begin{aligned} 2.5x + (2.5 \times 4) + 3x - 1.6 \\ 2.5x + 10 + 3x - 1.6 \\ 2.5x + 3x + 8.4 \end{aligned}$$

y luego se agrupan los términos semejantes:

$$\begin{aligned} (2.5 + 3)x + 8.4 \\ 5.5x + 8.4 \end{aligned}$$

1. Reduce los términos semejantes de las expresiones algebraicas del lado izquierdo de las ecuaciones y luego resuélvelas. Comprueba las soluciones.

- a) $3x + 2x - 4 = 6$ _____
 b) $7y - 2y + 20 = -20$ _____

- c) $5z + 2 - 3z = 4$ _____
- d) $2.3x + 1.6x + x - 3.6 = 1.3$ _____

2. Resuelve los problemas.

- a) En una elección, el candidato ganador triplicó el número de votos del otro candidato. Si en total votaron 116 personas, ¿cuántos votos recibió el ganador?

Ecuación: _____ Solución: _____

Número de votos del candidato ganador: _____

- b) Verónica, que estudia el primer grado de secundaria, fue al teatro con sus papás y sus dos hermanos quienes van en primaria. La tarifa para los adultos es el doble de la tarifa para los estudiantes y sabemos que el papá de Verónica pagó \$420.00 por los cinco boletos. ¿Cuánto cuesta el boleto de un adulto?

Ecuación: _____ Solución: _____

Costo del boleto de un adulto: _____

Solución de ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$

Para resolver una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$:

- Se resta b en ambos lados de la igualdad y se obtiene la ecuación $ax = cx + d - b$.
- Se resta cx en ambos lados de la igualdad y se obtiene la ecuación $ax - cx = d - b$.
- Se agrupan los términos semejantes y se simplifica hasta obtener una ecuación de la forma $(a - c)x = d - b$.
- Por último, se divide ambos miembros de la ecuación entre $(a - c)$ para obtener $x = \frac{d - b}{a - c}$.

Por ejemplo, para resolver la ecuación $8x - 4 = 7x + 3$, se resta -4 en ambos lados de la igualdad para obtener:

$$\begin{aligned} 8x - 4 - (-4) &= 7x + 3 - (-4) \\ 8x &= 7x + 7 \end{aligned}$$

se resta $7x$ en ambos lados de la igualdad:

$$\begin{aligned} 8x - 7x &= 7x + 7 - 7x \\ 8x - 7x &= 7 \end{aligned}$$

y se agrupan los términos semejantes:

$$x = 7$$

Si en alguno de los miembros de la igualdad, o en ambos, hay paréntesis, primero se realizan las operaciones indicadas por estos hasta obtener una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$.

1. Resuelve las ecuaciones.

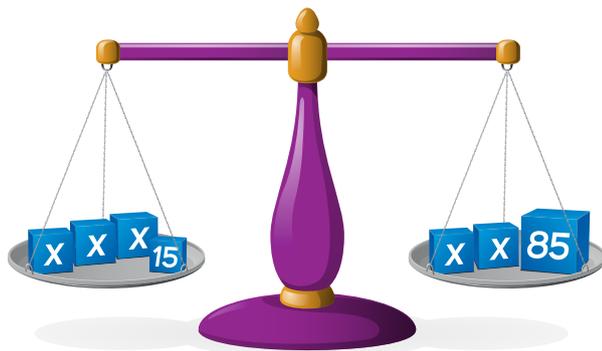
- a) $x + 13 = -2x + 1$ _____
- b) $4.5y = 11 - 2.5y$ _____
- c) $6.2z + 1 = 5.5 + 4z$ _____
- d) $3(3w - 7) = 4(w + 1)$ _____
- e) $2(t - 5) = 4t + 10$ _____



Quiero saber más

Para practicar más la resolución de ecuaciones, ingresa en el sitio bit.ly/3OWPbLr y realiza las actividades.

2. Observa la imagen y responde lo que se pide.



a) Escribe una ecuación que describa la situación planteada en la imagen.

b) Resuelve la ecuación planteada en el inciso anterior y determina el valor de x .

3. Escribe una ecuación para cada enunciado y resuélvela.

a) Andrea y Pablo tenían la misma cantidad de dinero y compraron lápices del mismo precio. Si Andrea compró 5 lápices y le quedaron \$15.00 y Pablo compró 3 lápices y le sobraron \$29.00, ¿cuánto cuesta cada lápiz?

Ecuación: _____

Precio de cada lápiz: _____

b) La altura de un rectángulo mide la tercera parte de la base. Si se restan 3 unidades a la base y se suman 3 unidades a la altura, la figura se transforma en un cuadrado. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Ecuación: _____

Dimensiones del rectángulo: _____

c) Angélica le dijo a Liz: “Tengo el triple de dinero que tú y si te doy \$20.00, tú tendrás el triple de dinero que yo”. ¿De cuánto dinero disponen Angélica y Liz?

Ecuación: _____

¿Cuánto dinero tiene Angélica? _____ ¿Cuánto dinero tiene Liz? _____

d) Dos recipientes contienen la misma cantidad de agua. Si se vierten 15 litros de un recipiente en el otro, este último tendrá el triple de litros que el primero. ¿Cuántos litros de agua tienen los recipientes?

Ecuación: _____

Cantidad de litros en los recipientes: _____

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 1. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 190 a 205

Matemáticas 1. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 204 a 211 y 218 a 223

Matemáticas 1. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 140 a 149