

Variación lineal

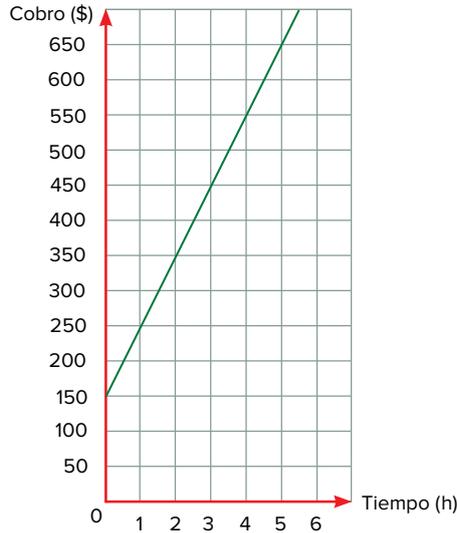


Contenido curricular indispensable: Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.



Antes de empezar

Cantidad cobrada en relación con el tiempo trabajado



1. Lee la información y responde.

Para pintar las paredes de una casa, se contrata a un pintor que cobra una cantidad inicial, más cierta cantidad por cada hora de trabajo. La gráfica de la derecha muestra la relación entre la cantidad cobrada por el pintor y el tiempo trabajado.

- ¿Cuál es la cantidad inicial que cobra el pintor? _____
- ¿Cuánto cobra por hora? _____
- ¿Después de cuántas horas se le deben pagar \$450?

- ¿Cuánto se le debe pagar después de cinco horas de trabajo? _____

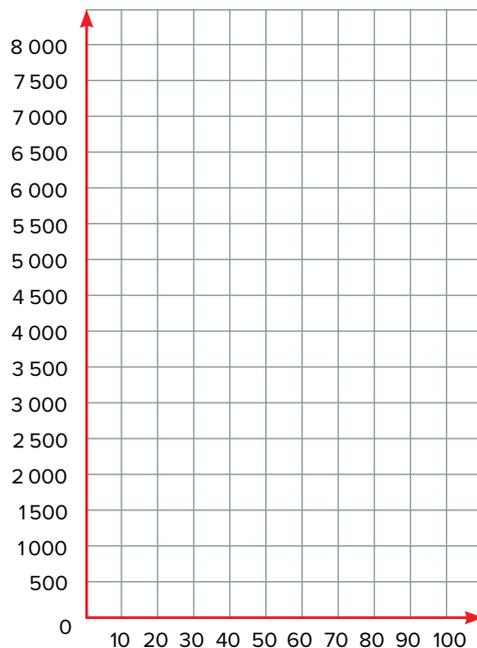
2. Lee la información y haz lo que se indica.

El dueño de una pequeña empresa tiene gastos fijos (renta, luz, mantenimiento, etcétera) por \$5000 mensuales y, además, destina \$250 en materiales y mano de obra por cada 10 productos que se fabrican en su empresa. Representa con x el número de artículos producidos y con g el gasto total del dueño.

- Completa la tabla.

| Cantidad de artículos (x) | Gasto total en pesos (g) |
|-------------------------------|------------------------------|
| 0 | |
| 10 | |
| 20 | |
| 50 | |
| 100 | |

- Escribe la expresión algebraica de la función lineal que corresponde: $g =$ _____
- Traza la gráfica. Indica el título y el nombre de las variables representadas en cada uno de los ejes, así como sus unidades.





Repaso lo que aprendí

Representación gráfica y en tablas

Si dos variables x y y están relacionadas de manera que a cada valor de x le corresponde un solo valor de y , se dice que entre ellas hay una *relación funcional*. A la variable y se le llama *dependiente* y a x se le llama variable *independiente*.

Una relación funcional se puede representar mediante una tabla en la que se muestren distintos valores de las variables x y y .

Una relación funcional también se puede representar por medio de una gráfica en el plano cartesiano, ubicando los valores de x en el eje horizontal (o de las abscisas) y los de y en el eje vertical (o de las ordenadas) para localizar los puntos de la gráfica.

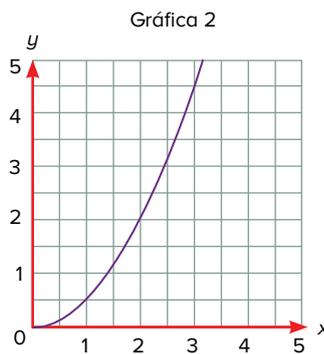
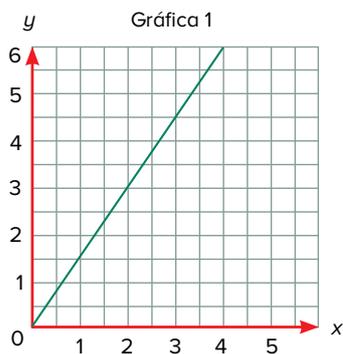
1. Identifica la gráfica que corresponde a cada tabla.

| Valores de x | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | $\frac{5}{2}$ |
|----------------|---------------|---------------|---|----------------|
| Valores de y | $\frac{3}{2}$ | $\frac{9}{4}$ | 3 | $\frac{15}{4}$ |

| Valores de x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|----------------|---|---------------|---|---------------|
| Valores de y | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 | $\frac{9}{2}$ |

Gráfica _____

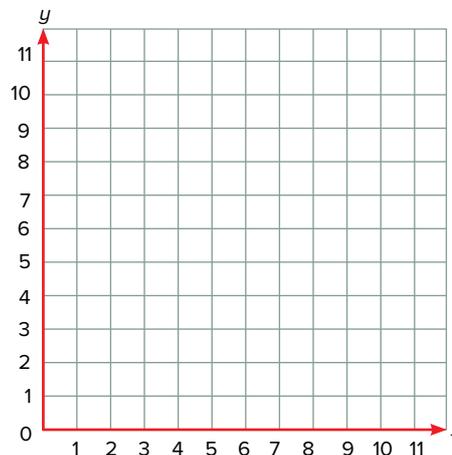
Gráfica _____



2. Haz lo que se solicita.

Supongamos que en la siguiente tabla la cantidad y es la altura de un árbol expresada en metros y x es la cantidad de años transcurridos a partir del momento en que plantaron ese árbol en un parque. Localiza los puntos (x, y) de la tabla en el plano cartesiano y responde.

| Valores de x | Valores de y |
|----------------|----------------|
| 0 | 1 |
| 3 | 2 |
| 6 | 3 |
| 9 | 4 |



- a) ¿Qué información proporciona el punto (3, 2)? _____
- b) ¿Qué altura tenía el árbol cuando fue plantado? _____
- c) ¿Están alineados los puntos localizados? _____

Variación lineal

Si x y y forman una relación funcional en la que cada vez que x varía en una cantidad fija, el cambio en y es siempre el mismo, en el plano cartesiano eso implica que los puntos (x, y) que representan la relación están alineados, y a este tipo de variación se le llama *lineal*. Si esto no sucede, se dice que la variación no es lineal.

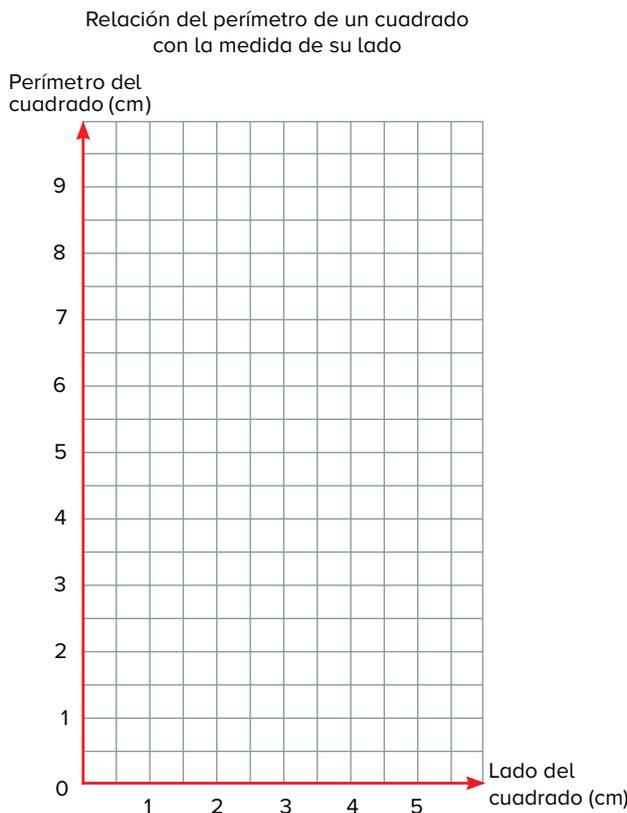
La gráfica que representa una función lineal es una recta.

1. Trabaja en lo siguiente.

Tanto el perímetro como el área de un cuadrado dependen de cuánto mide cada lado.

a) Completa la tabla.

| Variable x : lado del cuadrado (cm) | Variable y : perímetro del cuadrado (cm) |
|---------------------------------------|--------------------------------------------|
| 0.5 | |
| 1 | |
| 1.5 | |
| 2 | |



- b) Localiza los puntos de la tabla en el plano cartesiano y traza la línea que se forma al unir los puntos.
- c) ¿Cuánto aumentó el perímetro cuando el lado pasó de 0.5 a 1 cm? _____
¿Y cuando pasó de 1 a 1.5 cm? _____
- d) ¿La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro forman una relación lineal? ¿Por qué? _____

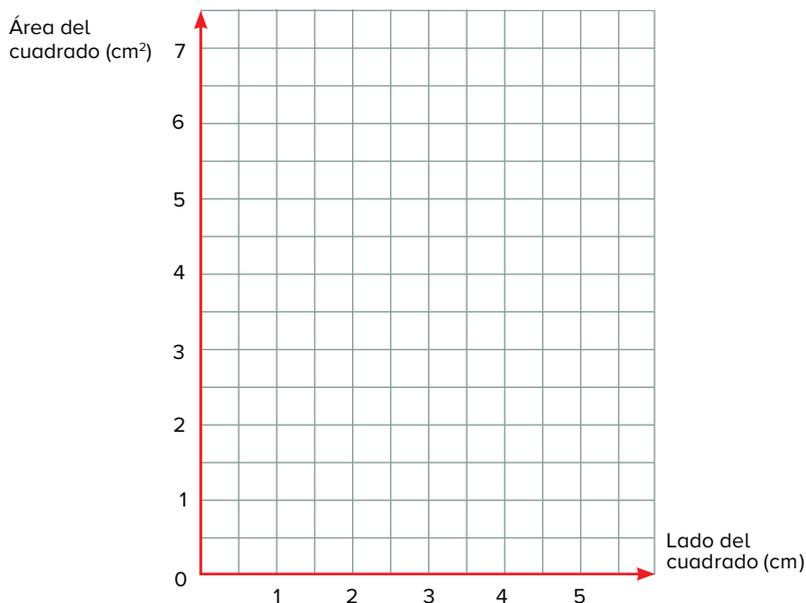


e) Completa la tabla.

| | | | | | |
|--------------------------------------------------|---|---------------|---|---------------|---|
| Variable x: lado del cuadrado (cm) | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 |
| Variable y: área del cuadrado (cm ²) | | | | | |

f) Localiza los puntos en el plano.

Relación del área de un cuadrado con la medida de su lado



g) Traza la línea que se forma al unir los puntos. ¿Se trata de una línea recta o una curva? _____

h) ¿Cuánto aumentó el área cuando el lado pasó de 0 a $\frac{1}{2}$ cm? _____
 ¿Y cuando pasó de $\frac{1}{2}$ a 1 cm? _____

i) ¿La longitud del lado de un cuadrado y su área forman una relación lineal? _____
 ¿Por qué? _____

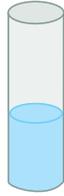
Pendiente de una recta

Para cualquier par de puntos sobre una línea recta, la razón (cociente) de la diferencia de las ordenadas entre la diferencia de las abscisas es siempre igual. En otras gráficas que no son rectas, esta razón cambia al usar diferentes parejas de puntos. A esta razón constante se le llama *pendiente de la recta*. Es decir, la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A = (x_A, y_A)$ y $B = (x_B, y_B)$ es:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

La pendiente de una recta indica cuánto cambian las ordenadas al cambiar una unidad en las abscisas. Por ello, también se le llama *razón de cambio de las ordenadas respecto a las abscisas*.

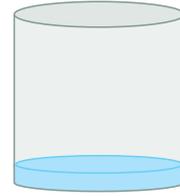
1. Tres recipientes cilíndricos son llenados con la misma entrada de agua.



Recipiente 1



Recipiente 2



Recipiente 3

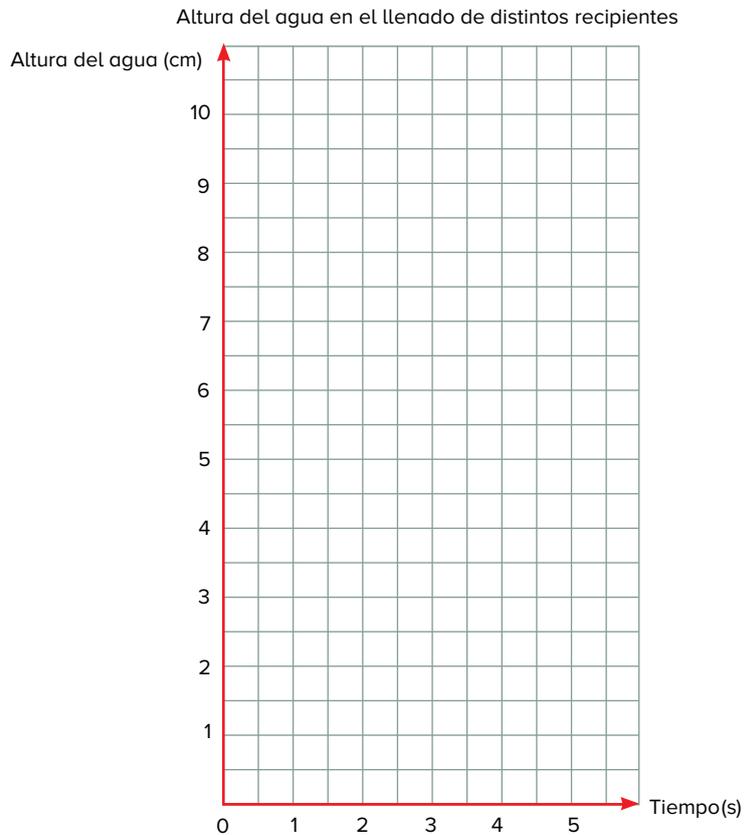
a) Completa la siguiente tabla.

| Tiempo (s) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------------------------------|---|-----|-----|-----|---|
| Altura del agua, recipiente 1 (cm) | | 2.5 | | | |
| Altura del agua, recipiente 2 (cm) | | | 2.5 | | |
| Altura del agua, recipiente 3 (cm) | | | | 1.5 | |

b) ¿Cuánto aumentó la altura del agua en cada recipiente por cada segundo transcurrido?

Recipiente 1: _____ Recipiente 2: _____ Recipiente 3: _____

c) Localiza los puntos y traza las tres gráficas en el siguiente plano cartesiano. Usa un color diferente para los puntos y gráficas de cada recipiente.



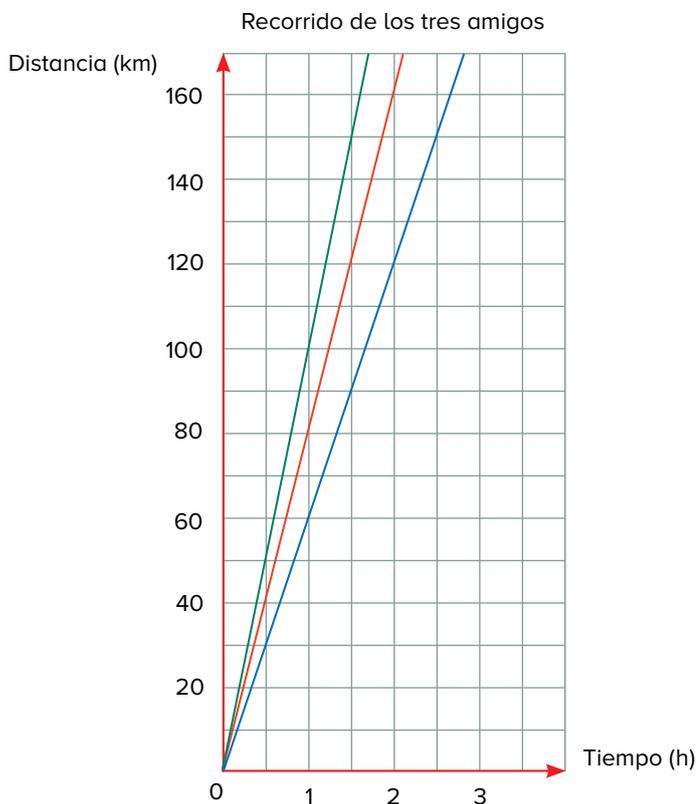
d) Calcula la pendiente de cada recta. _____

- e) ¿En cuál de las gráficas la pendiente es mayor? _____
- f) ¿En cuál es menor? _____
- g) ¿En cuál recipiente la altura del agua cambia más rápidamente? _____
- h) ¿En cuál cambia más despacio? _____

2. Analiza la información y haz lo que se pide.

Tres amigos viajan con sus familias en una autopista. Jorge conduce a una rapidez constante de 80 kilómetros por hora, Gustavo lo hace a 100 kilómetros por hora y Pedro se desplaza a 60 kilómetros por hora.

- a) Localicen los puntos de las rectas que tienen abscisa 1.5.



- b) Considera el origen y los puntos del inciso anterior y calcula la pendiente de cada una de las rectas.
- _____
- c) Identifica el color de la recta que representa el recorrido de cada uno de los amigos. _____
- _____

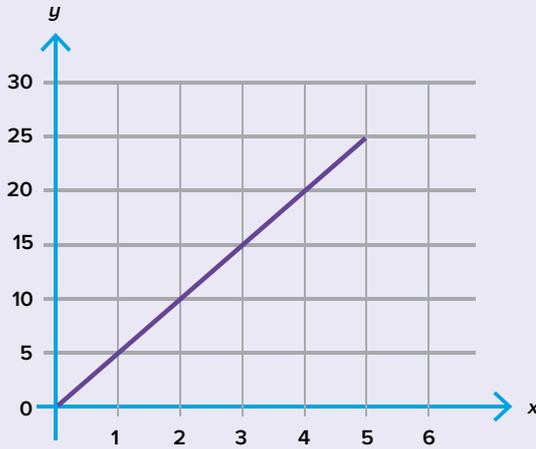


Quiero saber más

Entra al sitio bit.ly/3zZo2nf y explora. En el primer interactivo, averigua qué pasa con la pendiente de una recta si los dos puntos que se eligen tienen la misma ordenada y si tienen la misma abscisa.

El signo de la pendiente

Cuando la recta es creciente, es decir, cuando al aumentar los valores de x aumentan también los de y , la pendiente de la recta es positiva.



Cuando la recta es decreciente, es decir, cuando al aumentar los valores de x disminuyen los valores de y , la pendiente de la recta es negativa.



Aprende en casa

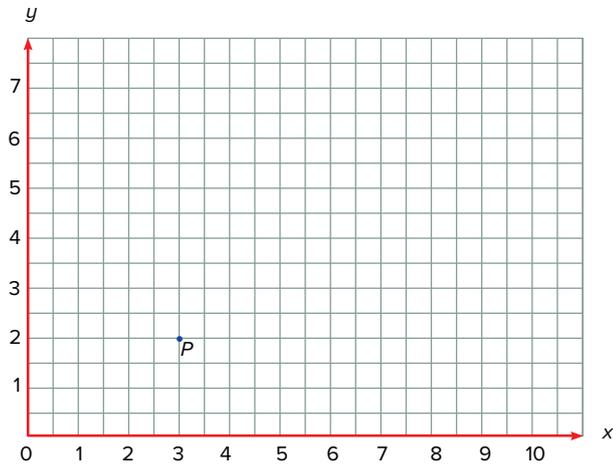
bit.ly/3BD7jHw

1. Resuelve lo que se pide.

- a) En el siguiente plano, ¿cuánto debes avanzar verticalmente a partir de P para trazar una recta que pase por el punto P y que tenga pendiente $\frac{2}{3}$?

¿Cuánto debes avanzar horizontalmente? _____

- b) Localiza otro punto después de hacer los movimientos anteriores y traza una recta.



- c) ¿Cuánto debes bajar verticalmente a partir de P para trazar otra recta que también pase por el punto P y que tenga pendiente $-\frac{2}{3}$? _____
- ¿Cuánto debes avanzar horizontalmente? _____

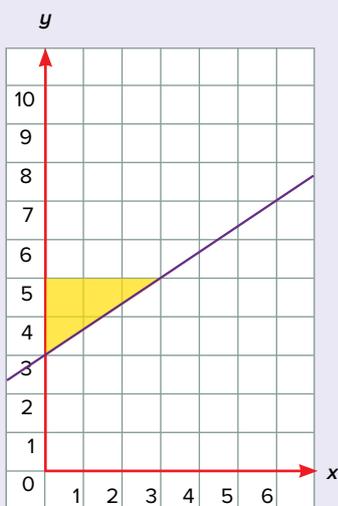
- d) En el mismo plano traza la recta que pasa por P y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$.

Expresión algebraica de una variación lineal

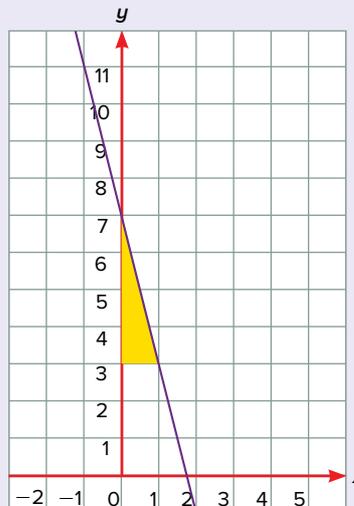
Si dos variables x y y varían en forma lineal, entonces la expresión algebraica que representa la relación entre ellas es:

$$y = mx + b$$

donde m es la pendiente de la recta y b es el punto en el que la recta interseca al eje vertical. A la b se le llama *ordenada al origen*. Ejemplo:

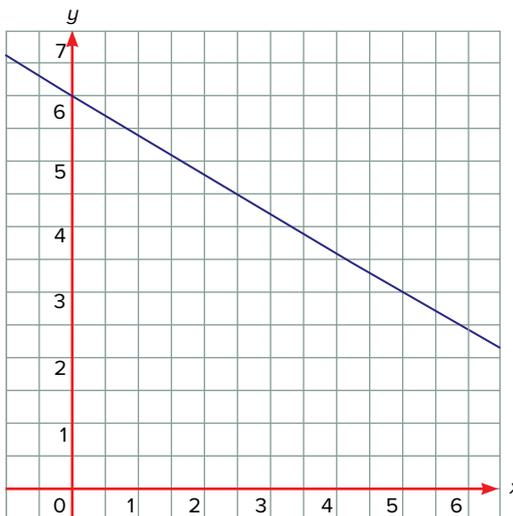
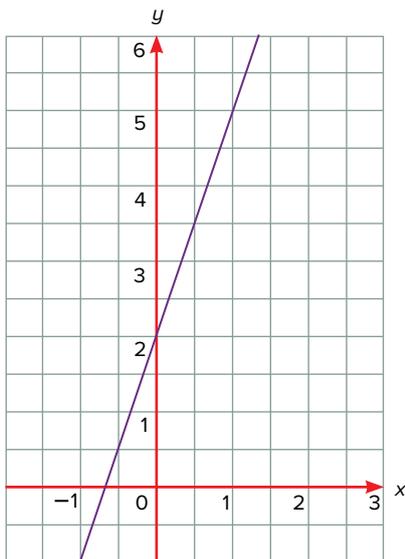


$$y = \frac{2}{3}x + 3$$



$$y = -4x + 7$$

1. Escribe la expresión algebraica que corresponde a cada gráfica.



Quiero saber más

Consulta la página bit.ly/3oNDpZy. En el segundo interactivo, fija el punto $(-2, 9)$ y encuentra las expresiones de tres rectas que pasan por él. Resuelve los ejercicios en el tercer interactivo.

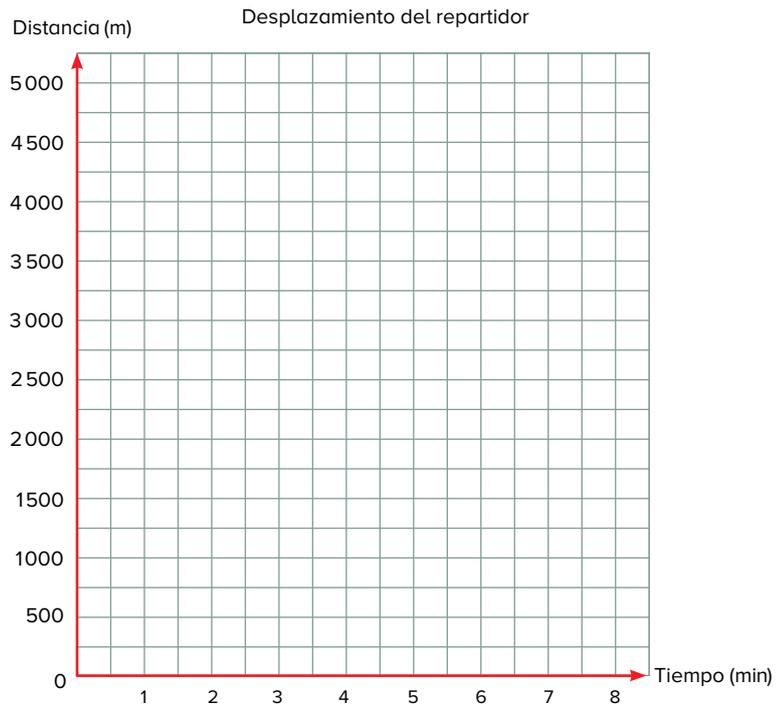
2. Trabaja en lo siguiente.

El repartidor de un servicio de mensajería tiene que entregar un paquete en un lugar que está a 5 kilómetros de la oficina donde él lo recibe. Se traslada en motocicleta a velocidad constante y recorre 650 metros en 1 minuto.

- a) ¿A qué distancia se encuentra de su destino cuando lleva un minuto en el trayecto? _____ ¿Y cuando lleva 2 minutos? _____
- b) Al incrementarse el tiempo de traslado, ¿aumenta o disminuye la distancia que le falta recorrer? _____
- c) Completa la tabla.

| Tiempo (min) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Distancia por recorrer (m) | | | | | | |

- d) Representa con t el tiempo que lleva en su traslado el repartidor y con d la distancia que le falta para llegar. Escribe una expresión algebraica para determinar la distancia que aún tiene que recorrer cuando se ha desplazado t minutos. _____
- e) ¿Qué distancia le falta si ha conducido durante 3.5 minutos? _____
- f) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido en su traslado cuando se encuentra a 450 metros de su destino? _____
- g) Traza la gráfica correspondiente.



- h) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta? _____
- i) ¿Cuál es el valor de la ordenada al origen? _____

Representación de la variación lineal

La variación lineal se puede representar de distintas formas:

- Al indicar valores de las variables involucradas en una tabla.
- Mediante una recta en el plano cartesiano.
- Por medio de una expresión algebraica de la forma $y = mx + b$.

1. Analiza la situación y haz lo que se indica.

Una compañía ofrece a un vendedor dos opciones de pago. Una consiste en pagarle mensualmente un salario base de \$1 500 más una comisión de 5% del monto de sus ventas. La otra consiste en no pagarle salario base, pero darle 25% del monto de sus ventas mensuales.

- a) Para cada opción, escribe una expresión algebraica que indique cómo depende el ingreso del vendedor (y) del monto de las ventas que realice cada mes (x).

Opción 1: _____ Opción 2: _____

- b) Completa la tabla para comparar los ingresos posibles en cada opción de pago.

| Ventas mensuales (\$) | 2000 | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 7000 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Ingreso opción 1 | | | | | | |
| Ingreso opción 2 | | | | | | |

- c) Traza las dos rectas que corresponden a las opciones de pago. Usa distintos colores para diferenciarlas.



Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 1. *Espiral del Saber*, Editorial Santillana, páginas 216 a 239

Matemáticas 1. *Fortaleza Académica*, Editorial Santillana, páginas 142 a 152, 212 a 216 y 224 a 233

Matemáticas 1. *Espacios Creativos*, Editorial Santillana, páginas 190 a 215