Contenidos curriculares indispensables

2022-2023

Diagnóstico Socioemocional

La buena convivencia en la escuela

Secundaria

#ponteenforma

Repaso de tu curso anterior

Matemáticas 3.°

SANTILLANA Secundaria

Repaso de Matemáticas de segundo de secundaria

Presentación

#Ponteenforma. Matemáticas 3 es un cuaderno de trabajo digital que te ayudará a reforzar los contenidos curriculares indispensables de Matemáticas de segundo de secundaria para que tengas un mejor inicio de tu tercer curso que estás por comenzar. Además de fortalecer tu aprendizaje, la serie **#Ponteenforma** funciona como una herramienta de repaso a la que podrás recurrir, si lo necesitas, en cualquier momento.

Tu cuaderno de trabajo digital incluye la sección **Acciones de salud, limpieza e higiene para un regreso seguro a las aulas**, que te guiará en las medidas de prevención y protección que debes tomar al inicio y durante el ciclo escolar para evitar contagios de COVID-19 y sus variantes en tu comunidad.

A continuación, se presenta la sección **Diagnóstico Socioemocional** con actividades que te ayudarán a conocer tu estado socioemocional. Además, encontrarás técnicas para afrontar mejor las situaciones que te generan preocupación o aflicción.

En la sección **La buena convivencia en la escuela** encontrarás actividades de integración y socialización en equipo y grupales. Al realizar estas actividades, mejorarás tu comunicación con tus compañeros de grupo y generarás vínculos con tu comunidad escolar para que desarrolles habilidades socioemocionales y aumentes tu confianza.

Tu cuaderno está organizado en **fichas didácticas** que empiezan con una evaluación diagnóstica de los contenidos curriculares indispensables por tratar. Posteriormente, encontrarás conceptos clave y diferentes actividades que te ayudarán a reforzar estos aprendizajes de tu curso anterior. Al final, tu cuaderno incluye el apartado **Evalúo mis aprendizajes**, con una rúbrica que te permitirá identificar tu nivel de desempeño y reactivos para que te pongas a prueba y reconozcas las áreas que debes mejorar.

El cuaderno está diseñado para que trabajes al inicio del ciclo escolar, del 1 al 15 de septiembre de 2022, y también a lo largo de él. Tu maestro o maestra te indicará en qué momento lo utilizarás y las actividades que realizarás en casa o en la escuela. **#Ponteenforma** es el apoyo ideal que te ayudará a “estar en forma” para iniciar con seguridad y confianza el nuevo ciclo escolar.

Los editores

Índice

ACCIONES DE

SALUD, LIMPIEZA E HIGIENE

PARA UN REGRESO SEGURO A LAS AULAS

Con esta guía se refuerzan las acciones para un regreso seguro a la escuela, promover la salud y prevenir contagios en la comunidad escolar. ¡La participación es de todos!

PRIMERA INTERVENCIÓN
Comités Participativos de Salud Escolar

Los Comités Participativos de Salud Escolar se integran por padres de familia y profesores de cada escuela. Estos establecen las medidas de higiene y limpieza para que todos en la población escolar se mantengan saludables, se eviten contagios y las instalaciones se conserven limpias.

Los Comités Participativos de Salud Escolar deben seguir las actividades que se describen enseguida:

a) Organizarse con los centros de salud locales para dirigir acciones de salud.
b) Coordinar la limpieza de las instalaciones, los equipos, los muebles y los materiales didácticos.
c) Implementar filtros de corresponsabilidad para detectar de manera oportuna síntomas de enfermedades respiratorias en toda la población escolar. Se propone que haya tres filtros:

- **I. Filtro de casa.** Todos los miembros de la población escolar deben verificar por sí mismos o por medio de padres o familiares si presentan alguno de estos síntomas: fiebre, dolor de cabeza, tos seca, secreción nasal, dolor muscular y de articulaciones, escalofríos, pérdida de olfato y del gusto y dolor de garganta.
- **II. Filtro escolar en la entrada del plantel.** Se ubica en cada acceso a la escuela y funciona diariamente. El acceso debe ser ágil y sin aglomeraciones. Está formado por miembros del Comité Participativo de Salud Escolar.
- **III. Filtro en el salón de clases.** El personal docente es responsable de la aplicación de este filtro. Los profesores deben detectar síntomas de enfermedades respiratorias en los estudiantes y promover hábitos de higiene y salud.

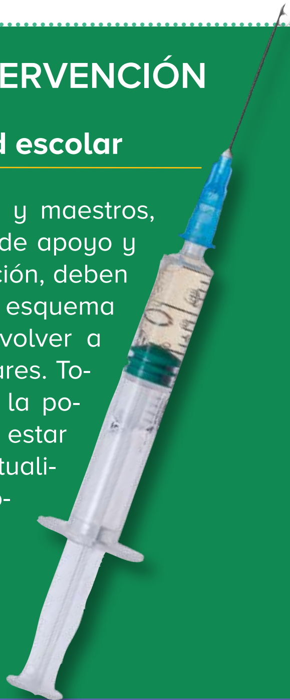
SEGUNDA INTERVENCIÓN
Manos limpias

Es importante contar con los materiales necesarios para el lavado de manos a fin de evitar contagios:

- Agua y jabón.
- Toallas de tela o de papel para el secado de manos. Si se usan de tela, deben lavarse todos los días.
- Botes de basura con tapa para depositar las toallas.

Las manos deben lavarse frecuentemente y al menos durante cuarenta segundos.

TERCERA INTERVENCIÓN
Vacunación de la comunidad escolar



Estudiantes, maestras y maestros, así como el personal de apoyo y asistencia a la educación, deben cumplir y presentar su esquema de vacunación para volver a sus actividades escolares. Todos los miembros de la población escolar deben estar atentos a cualquier actualización del Plan Nacional de Vacunación.

CUARTA INTERVENCIÓN
Uso de cubrebocas obligatorio

Todos los miembros de la población escolar deben portar cubrebocas desde que entran a la escuela hasta que salgan de ella. El cubrebocas tiene que cubrir la nariz y la boca, no hay que tocarlo mientras se porte y se recomienda lavarse las manos antes de ponérselo o quitárselo. Se deben cambiar los cubrebocas desechables con frecuencia; si son de tela, hay que lavarlos diariamente.

QUINTA INTERVENCIÓN
Sana distancia

En la medida de lo posible, tratar de mantener la sana distancia, de metro y medio, entre compañeros, profesores, directivos y cualquier persona que trabaje en la escuela.

Consumir, preferentemente, los alimentos en espacios abiertos o en el lugar asignado en el salón de clases.

SEXTA INTERVENCIÓN
Optimizar el uso de espacios abiertos

Para utilizar de manera adecuada los espacios abiertos, se recomienda caminar en el sentido que indiquen los señalamientos que se encuentran en los espacios comunes y jugar o realizar actividades físicas en los lugares acondicionados para tal fin.

En las clases de Educación Física, es necesario lavarse las manos antes y después de las actividades, tratar de evitar el contacto físico entre compañeros y limpiar los materiales didácticos que se utilicen.

SÉPTIMA INTERVENCIÓN
Ceremonias o reuniones

Utilizar en todo momento el cubrebocas durante conmemoraciones, reuniones escolares, ceremonias cívicas y festivales. Las reuniones deben realizarse en espacios abiertos y con medidas de prevención y sana distancia.

OCTAVA INTERVENCIÓN
Detección temprana y acciones para preservar la salud

Si en un salón de clases hay un caso sospechoso de COVID-19, los maestros y las maestras tienen la responsabilidad de notificar a las autoridades educativas y sanitarias. Todos en la población escolar deben estar atentos a los signos y síntomas que pudieran desarrollarse en los siete días posteriores en caso de contacto. Las personas que presenten síntomas tendrán que aislarse en su domicilio.

NOVENA INTERVENCIÓN
Apoyo socioemocional para docentes y estudiantes

Es importante que los estudiantes platiquen con sus padres, familiares y maestros sobre las emociones que tienen al entrar al nuevo ciclo escolar, en un ambiente de confianza y tranquilidad. Por ejemplo, si experimentan emociones como sorpresa o ansiedad debido a la socialización con nuevos compañeros y maestros. Estas emociones son normales y es mejor manifestarlas en lugar de esconderlas.

Si los estudiantes o los docentes notan que antes de ir a la escuela presentan vómito, dolor de cabeza o de estómago, o cambios en el ánimo, deben decirle a una persona de confianza lo que sienten, para que identifiquen si es conveniente que reciban atención médica o de un especialista en salud mental.

Diagnóstico Socioemocional

1. **Completa tu hoja personal.**

a) Sé lo más sincero posible y anota lo primero que venga a tu mente. El contenido de esta página es solo para ti.

Mi nombre es

____

Tengo ________ años

Mis actividades favoritas:

____

____

____

Algo que me inspira en la vida es

____

____

Algo que me preocupa que hagan/piensen mis amigos de mí es:

____

____

Mi mejor amigo(a) piensa que soy

____

____

____

2. **Reflexiona sobre la pregunta.**

a) ¿Todas las personas se desarrollan física y emocionalmente de la misma manera en la adolescencia? ¿Por qué piensas que es así?

3. **Reflexiona y completa las frases.**

- Soy una persona que...

____

____

- Me siento satisfecho(a) cuando...

____

____

- En una palabra, soy...

____

4. **Escribe diez características tuyas de las que te sientas orgulloso (a).**

1.	2.
3.	4.
5.	6.
7.	8.
9.	10.

5. **Reflexiona sobre qué emociones te producen las características que anotaste.**

6. **Lee las situaciones y subraya la emoción que te despierte cada una.**

a) Estás viendo una película, pero la gente sentada delante de ti no te deja oír.

Enojo Tristeza Miedo

b) Recibes la calificación de un examen y es más baja de lo que esperabas obtener porque consideras que respondiste correctamente.

Asco Frustración Enojo

c) Tu mejor amigo te pide ayuda con la tarea de matemáticas, pero tú te organizas para terminarla antes y poder jugar videojuegos.

Ternura Tristeza Culpa

d) Una de tus mejores amigas llega tarde cada vez que hacen plan para verse. Nunca le has dicho nada, pero no te gusta que siempre llegue tarde.

Asco Tristeza Enojo

7. **Escribe una situación en la que reaccionaste de forma agresiva.**

¿Recuerdas alguna ocasión en la que perdiste el control porque estabas muy enojado (a) o asustado (a)?

8. **Cierra los ojos y recuerda los detalles de lo que sucedió antes, durante y después de esa ocasión.**

- **Cuándo y dónde fue, con quién estabas, qué edad tenías, era de día o de noche, qué ropa traías puesta, etcétera.**

a) Describe qué sensaciones físicas experimentaste antes de que comenzara tu enojo o miedo.

____

____

____

b) ¿Qué pensamientos pasaron por tu cabeza?

____

____

____

9. **Responde de manera creativa. Puedes redactar, dibujar, proponer símbolos, etcétera.**

¿Quién soy?	¿Quién piensan mis compañeros que soy?
¿Cómo sería la mejor versión de mí mismo?	¿Qué cualidades destacan más mis compañeros de mí?

¿Qué hay de común entre lo que dicen que podría mejorar y lo que pienso?

10. Lee la descripción del análisis FODA y haz lo que se solicita.

> Las siglas FODA significan: Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas u obstáculos. Las Fortalezas y Debilidades corresponden a la dimensión interior (los aspectos que tienen que ver contigo); las Oportunidades y los obstáculos, a la dimensión exterior (los aspectos relacionados con tu entorno social).

a) Responde honestamente.

- ¿Cuál es mi mayor virtud? ______
- ¿En qué aspectos sobresalgo por encima de los demás?

  ______

  ______
- ¿En qué rasgos o aspectos de mi persona me apoyo para resolver problemas?

  ______
- ¿En cuáles aspectos no tengo aún suficiente experiencia?

  ______

  ______
- ¿Qué características me alejan de mis objetivos?

  ______
- ¿Qué situaciones me cuestan más trabajo afrontar?

  ______
- ¿Qué problemas externos me dificultan conseguir mis metas?

  ______
- ¿Cuáles situaciones ponen en riesgo el que pueda alcanzar mis metas?

  ______

  ______
- ¿Qué aspectos externos pueden ayudarme a conseguir mis objetivos?

  ______
- ¿Cuáles aspectos de mi vida contribuyen a que logre mis metas?

  ______

  ______
- ¿Con qué recursos cuento para lograr mis objetivos en la vida?

  ______

b) Piensa en algo que te gustaría aprender o lograr antes de concluir la secundaria. Anótalo aquí.

Me gustaría ______

c) Completa el esquema FODA utilizando tus respuestas de la página anterior y la meta que acabas de proponer.

Fortalezas	Debilidades
Oportunidades	Amenazas

11. **Completa la tabla con tres pensamientos e indica si los consideras racionales o irracionales. Guíate con los ejemplos.**

Pensamiento	Es racional	Es irracional
Todo siempre está mal.		X
Es un contratiempo, una contrariedad.	X	
Nada tiene solución.		X

a) Reflexiona sobre las preguntas y responde en tu cuaderno.

- ¿Cómo afectan a tu estado de emocional los pensamientos irracionales?
- ¿Qué tipo de emociones producen los pensamientos irracionales? Menciona tres ejemplos y arguméntalos.
- ¿Qué podemos hacer ante pensamientos irracionales? Escribe tres estrategias o acciones para contrarrestarlos.

Desde la mitad del siglo XX, la psicología positiva advirtió la importancia de reconocer las necesidades básicas, ya que identificarlas ayuda a las personas a obtener bienestar y así progresar. Por esto, el psicólogo Abraham Maslow definió seis necesidades que identifican a todo ser humano.

12. Lean en voz alta las definiciones de las necesidades básicas propuestas por Abraham Maslow.

I. Amor y conexión
Sentir amor y sentirse amado, mantener relaciones interpersonales que generen un sentido de conexión con los demás y uno mismo.

II. Significado de mis relaciones y acciones
Vivir de manera que tus relaciones y acciones aporten un significado emocional, ético, intelectual, social y cultural a tu vida.

III. Aprender
El conocimiento es cambiante y evoluciona, es fundamental para la adaptación y la búsqueda del bienestar. Renueva creencias y opiniones, abre tu mente a la diversidad y al cambio.

IV. Sentido de contribución
Realizar acciones para alcanzar tu propio bienestar, el de los demás o de tu comunidad genera un sentido de pertenencia y da un propósito amplio a tu existencia.

V. Certeza y seguridad
Poder predecir algunas de las cosas que sucederán en tu vida genera bienestar, pues te permite apagar las alarmas del miedo, la ansiedad y el estrés ante lo desconocido.

VI. Incertidumbre y variedad
Experimentar situaciones variadas y diversas, tener sorpresas inesperadas que te cuestionen, amplíen y enriquezcan tus puntos de vista y conocimientos previos.

13. Anota en tu cuaderno ejemplos de cómo las seis necesidades básicas se presentan en tu vida. Observa el ejemplo:

Amor y conexión: La relación que tengo con mi familia y mis amigos me generan bienestar; ellos me hacen sentir querido, apreciado y parte de una comunidad.

14. Comparte tus ejemplos con todo el grupo.

¡Dame una mano!

Propósito del juego
Fomentar la integración grupal a partir del conocimiento de los integrantes del grupo.

Tiempo de duración
40 minutos

Lugar
Salón de clases

Materiales
Hoja blanca partida a la mitad
Lápiz o pluma

Instrucciones

1. De acuerdo con las indicaciones de tu profesor, formen equipos de entre cinco y seis integrantes, dependiendo del número total de alumnos en el grupo.
2. Asegúrate de tener dos mitades de una hoja blanca cortada de manera horizontal.
3. Traza la silueta de tu mano, con los dedos abiertos, en una de las mitades de la hoja. Escribe dentro de cada uno de los dedos una cualidad o característica positiva que reconoces en ti. Conserva esa hoja.
4. Traza una vez más la silueta de tu mano, con los dedos abiertos, en la otra mitad de la hoja y escribe tu nombre al centro.
5. Intercambia tu segundo dibujo con los integrantes del equipo para que cada uno de ellos escriba, dentro de la silueta de tus dedos, una cualidad o característica positiva que reconocen en ti. Recuerda ser respetuoso en todo momento.
6. Compara lo que escribieron tus compañeros con lo que escribiste en el primer dibujo y responde lo siguiente: *¿Cuál es la diferencia? ¿Estás de acuerdo con lo que escribieron tus compañeros? ¿Por qué?*

7. Entrega a tu docente el dibujo que no tiene nombre para que lo pegue en la pared del salón o en el pizarrón.
8. Organízate con tu equipo para pasar a leer lo que está escrito en las manos y tratar de adivinar a quién pertenece cada una.
9. Comparte tus comentarios en una sesión grupal y debatan sobre las cualidades más importantes para el equipo, por ejemplo, pueden comparar entre lealtad, responsabilidad y sinceridad.

Las etiquetas

Propósito del juego
Promover la empatía entre los miembros del grupo y reconocer la importancia de valorarse y respetarse tal como son.

Tiempo de duración
40 minutos

Lugar
Salón de clases

Materiales
40 etiquetas engomadas

Instrucciones

1. Antes de la clase, consigan en grupo cuarenta etiquetas engomadas de diferentes colores. Pueden determinar cuántas llevará cada uno y de qué color.
2. Escriban en cada etiqueta las palabras *creativo*, *chismoso*, *popular*, *inteligente* y *gracioso*. En total deberán formar ocho juegos con esas palabras. Pueden agregar otras características. Entreguen las etiquetas a su profesor.
3. Formen ocho equipos de acuerdo con el número de alumnos en el grupo y formen un círculo. Pueden estar sentados en el piso o en sus bancas.
4. Una vez que se coloquen en esa posición, cerrarán los ojos. Después, el docente pasará a cada equipo y pegará en la frente de cada integrante una etiqueta con una palabra escrita. Tomen en cuenta que podrán ver la de sus compañeros, pero no la propia.
5. Cuando todos los miembros del equipo tengan etiquetas, deberán abrir los ojos e iniciar una conversación acerca de cualquier tema, por ejemplo, de una película.
6. Tratarán a los compañeros de acuerdo con la etiqueta que tienen en su frente. No le dirán de qué palabra se trata, pues con la conversación cada uno tratará de adivinar cuál es su etiqueta. Por ejemplo, se pueden decir frases como *Qué fascinante, siempre sabes todo.*
7. Cuando el profesor lo indique, terminarán la conversación y cada integrante del equipo dirá qué etiqueta cree que tiene y por qué.
8. Si el tiempo lo permite pueden volver a jugar, pero ahora con otra etiqueta, incluso pueden cambiar de características e iniciar otra conversación.
9. Comenten en grupo cómo se sintieron con la actividad y qué aprendieron de sus compañeros.

¡A ver quién llega primero!

Propósito del juego
Promover la cooperación y el buen trato entre los integrantes del grupo.

Tiempo de duración
40 minutos

Lugar
Patio de la escuela

Materiales
Ninguno

Instrucciones

1. Reúnanse en parejas en el patio de la escuela y tomen en cuenta las indicaciones de su profesor.
2. Tracen la línea de salida y la línea de meta. Deberá estar por lo menos a 50 metros.
3. Uno de ustedes será un "caballo" y el otro, "dueño".
4. El docente reunirá a los caballos y les dará indicaciones especiales, ya que solo podrán avanzar si su dueño utiliza diferentes estrategias y trabajan en equipo.
5. En el patio, las parejas se colocarán una al lado de la otra en una línea horizontal. Al frente estará la meta a la que deben llegar.
6. Consideren que esta no es una carrera normal, pues los dueños tendrán que ser ingeniosos y descifrar cómo hacer que su caballo avance. Por ello, es importante que pongan en práctica la empatía y conocer muy bien a su caballo para saber qué le gusta.
7. Recuerden ser respetuosos en todo momento.

8. Todas las parejas deberán llegar a la meta.
9. Si el tiempo lo permite, pueden cambiar de parejas y de rol.
10. Al finalizar, comenten en grupo cómo se sintieron con la actividad y qué aprendieron de todos sus compañeros. Pueden guiarse con las siguientes preguntas: *¿Qué hicieron para que su caballo avanzara? ¿Les gustó cómo fueron tratados? ¿Les gustó ser el "caballo" o el "dueño"? ¿Por qué se pone en práctica la empatía? ¿Cuál fue la pareja que llegó primero? ¿Por qué creen que sucedió?*

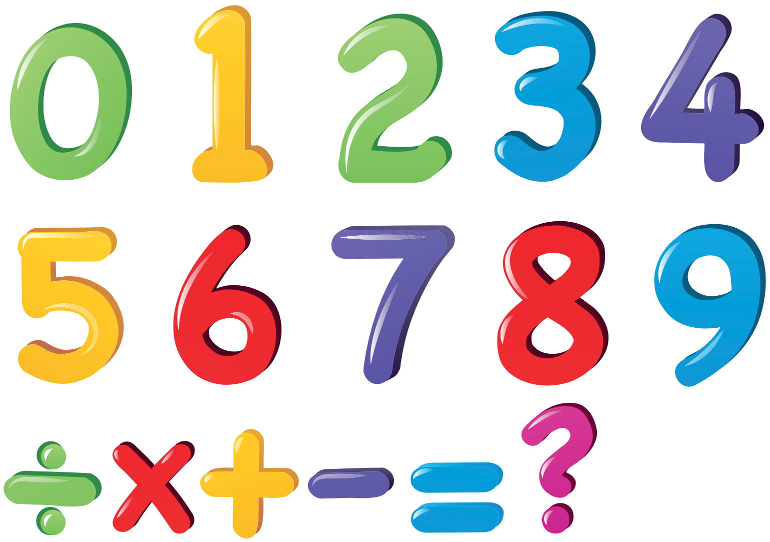
¡Fiesta de números!

Propósito del juego
Favorecer el trabajo en equipo y la comunicación entre los miembros del grupo.

Tiempo de duración
30 minutos

Lugar
Salón de clases

Materiales
Tarjetas grandes de colores con números del 0 al 9, tantas como alumnos haya en el grupo.



Instrucciones

1. Dividan al grupo en dos equipos de acuerdo con las indicaciones del docente.
2. El profesor les repartirá una tarjeta que tendrá un número asignado. Peguen la tarjeta en su espalda; si esto no es posible, pueden sostenerla con sus manos. Todos los alumnos deben tener una tarjeta.
3. Los integrantes de cada equipo se agruparán sentados en el piso o en sus bancas.
4. El profesor dirá una cantidad, por ejemplo, 26.
5. Cada equipo reunirá integrantes para formar esa cantidad; para ello, pueden realizar cualquier operación matemática.
6. Tienen que integrar a la mayor cantidad de participantes para dar con el resultado. Al finalizar, comenten en grupo qué les pareció la actividad y qué aprendieron al realizarla.

Ficha 1

Multiplicar y dividir números con signo

Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Antes de empezar

1. Lee la información y completa la tabla.

En un concurso sobre conocimientos de distintos temas se plantean diez preguntas a varios participantes. Por cada respuesta correcta, los concursantes ganan 2 puntos y por cada respuesta incorrecta pierden 3 puntos.

Nombre del participante	Preguntas correctas	Preguntas incorrectas	Puntos obtenidos
Héctor	8	2	
Gustavo	6	4	
Mónica	5	5	
Sofía			15
Enrique			−15

- ¿Por qué ningún concursante pudo haber terminado con 4 puntos?

2. Analiza cada situación y responde.

a) ¿Qué fracción multiplicada por 6 da como resultado 5? ______

b) Encuentra una fracción que multiplicada por 6 dé como resultado −5. ___

c) ¿Qué fracción multiplicada por −6 da como resultado 5? ______

d) Determina la fracción que multiplicada por −6 da como resultado −5. ___

3. Resuelve las operaciones.

a) $\frac{5}{8} \div -\frac{1}{5} =$

b) $-\frac{4}{5} \div (-2.5) =$

4. Lee y responde.

Un día, en cierto país, la temperatura empezó a descender a un ritmo de 1.5 °C cada cinco minutos. Si en el momento en que empezó el descenso, la temperatura era de 7 °C, ¿qué temperatura se alcanzó después de una hora?

Repaso lo que aprendí

Multiplicación de números enteros

- Si se multiplican dos números enteros del mismo signo (ambos positivos o ambos negativos), el resultado es un número positivo.

$$(+a)(+b) = +ab = ab \qquad a \text{ y } b \text{ números naturales}$$
$$(-a)(-b) = +ab = ab$$

- Si se multiplican dos números enteros de distinto signo, el resultado es un número negativo.

$$(+a)(-b) = -ab \qquad a \text{ y } b \text{ números naturales}$$
$$(-a)(+b) = -ab$$

- Si se multiplica el cero por cualquier número entero a, el resultado es cero.

$$(0)(a) = 0 \text{ y } (0)(-a) = 0$$

Por ejemplo:

$(8)(8) = 64$ $\quad$ $(-6)(-6) = 36$

$(-8)(8) = -64$ $\quad$ $(6)(-6) = -36$

$(0)(3) = 0$ $\quad$ $(0)(-3) = 0$

A estas reglas se les llama **leyes de los signos**.

1. Haz lo que se indica.

a) Desarrolla las multiplicaciones como sumas repetidas de números iguales.

$6 \times 5 =$ ____________________

$5 \times 6 =$ ____________________

b) Escribe el resultado de las sumas.

$-3 + (-3) + (-3) + (-3) =$ __________ $\quad -4 + (-4) + (-4) =$ __________

c) ¿Cuál es el resultado de las multiplicaciones?

$4 \times (-3) =$ __________ $\quad 3 \times (-4) =$ __________

d) ¿Qué relación hay entre los resultados que encontraste en los incisos *b* y *c*? ____________________

e) Escribe el resultado de $(-3) \times (4) =$ ____________________

¿Coincide con algún resultado del inciso *c*? _____ ¿Con cuál? __________

____

f) Haz las operaciones.

$2 \times 6 =$ __________ $\quad 5 \times 7 =$ __________

$-2 \times 6 =$ __________ $\quad 5 \times (-7) =$ __________

Aprende en casa

bit.ly/3bnvZZI

2. Resuelve.

a) Escribe en cada celda el producto correspondiente.

×	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
4							8			
3										
2		−6								
1										
0					0					
−1										
−2										
−3										
−4										

b) Escribe el color de las regiones donde el resultado del producto es positivo. ____________________ ¿Qué signo tienen los números que se multiplican en esas regiones? ____________________

c) Escribe el color de las regiones donde el resultado del producto es negativo. ____________________ ¿Qué signo tienen los números que se multiplican en esas regiones? ____________________

3. Sigue las instrucciones.

a) Escribe en las casillas del cuadro A los números −2, 2, 3, 4 y 5, de manera que, al sumar los números de cada columna, de cada fila y de cada diagonal, el resultado sea siempre 3.

	−3	
	1	−1
		0

A

B

C

b) Multiplica por 5 los números de cada casilla del cuadro A y escribe el resultado en la casilla correspondiente del cuadro B. ¿Cuál es el resultado de la suma de cada columna, renglón y diagonal? ______ ¿Qué relación tiene esa cantidad con la del cuadro A? ____________________

c) Ahora multiplica por −2 el número de cada casilla del cuadro A y escribe el resultado en la casilla correspondiente del cuadro C. ¿Cuál es el resultado de la suma de cada columna, fila y diagonal? ______ ¿Qué relación tiene esa cantidad con la del cuadro A? ____________________

4. Haz las operaciones.

a) (1)(−1) = ________ **e)** (−8)(−7) = ________

b) (−1)(1) = ________ **f)** (−12)(−6) = ________

c) (−1)(−1) = ________ **g)** (−9)(4) = ________

d) (6)(−9) = ________ **h)** (13)(8) = ________

5. Revisa el texto y el esquema. Después, haz lo que se indica.

Un submarino que está 60 metros debajo de la superficie del mar, se sumerge a una rapidez de 80 metros por minuto. En la ilustración se representa la ubicación del submarino antes de empezar a sumergirse.

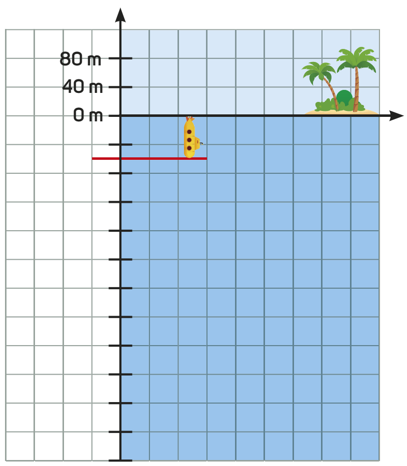
a) Asigna a la recta roja el número que le corresponde.

b) Localiza la ubicación que tendrá el submarino 5 minutos después de iniciar el descenso y asígnale el número que le corresponda.

c) ¿Qué operación realizaste para determinar el número del inciso anterior?

____

____



6. Escribe los números que faltan.

a) (−2) × ________ = 8 **c)** 6 × ________ = 54

b) ________ × 7 = −35 **d)** ________ × (−12) = 72

7. Determina dos números que...

a) sumados den −9 y multiplicados den 20. ________

b) sumados den −1 y multiplicados den −20. ________

c) sumados den 1 y multiplicados den −20. ________

d) sumados den 9 y multiplicados den 20. ________

8. Determina dos números que sumados den cero y su producto sea negativo (menor que cero) ________ y ________ ¿Qué relación hay entre estos números? ________

9. Una cámara de frío se encuentra a −5 grados Celsius y la temperatura desciende a razón de 3 grados por minuto. ¿Cuál será la temperatura después de 12 minutos? ________ ¿Y después de 25? ________

Ficha 1

División de números enteros

Un número y su recíproco siempre tienen el mismo signo.
Como la división $a \div b$ es el producto de a por el recíproco de b: $a \div b = a \times \frac{1}{b}$, de la ley de los signos para la multiplicación, se deduce que:

- Si se dividen dos números enteros del mismo signo, el resultado es un número positivo.

$$\frac{(+a)}{(+b)} = +c, \qquad \frac{(-a)}{(-b)} = +c, \qquad a, b \text{ y } c \text{ números naturales}$$

- Si se dividen dos números enteros de distinto signo, el resultado es un número negativo.

$$\frac{(+a)}{(-b)} = -c, \qquad \frac{(-a)}{(+b)} = -c, \qquad a, b \text{ y } c \text{ números naturales}$$

Por ejemplo: $\frac{8}{-2} = -4$, $\frac{-8}{-2} = 4$, $\frac{-8}{2} = -4$, $\frac{8}{2} = 4$

Aprende en casa
bit.ly/3BBDffm

1. Haz lo que se pide.

a) Escribe en los espacios los números que faltan.

- $24 \div 12 =$ ______ , porque $12 \times$ ______ $= 24$
- $4 \times$ ______ $= 36$, así que $36 \div 4 =$ ______
- $6 \times$ ______ $= 48$, así que $48 \div 6 =$ ______
- $9 \times$ ______ $= -99$, así que $-99 \div 9 =$ ______
- $-3 \times$ ______ $= -24$, así que $-24 \div (-3) =$ ______
- $-7 \times$ ______ $= 63$, así que $63 \div (-7) =$ ______

b) ¿Qué signo tiene el resultado de las divisiones de números que tienen el mismo signo? ______________ ¿Qué signo tiene el resultado de las divisiones de números con signo distinto? ______________

2. Realiza lo que se indica.

a) Escribe los números que faltan.

$-15 \times \frac{-1}{15} =$ ____ $\qquad -15 \times \frac{1}{-15} =$ ____ $\qquad -15 \times \left(\frac{-}{}\right) = 1$

b) ¿Qué relación hay entre los números $\frac{-1}{15}$, $\frac{1}{-15}$ y $-\frac{1}{15}$? ______________

c) Completa la tabla.

Número	$\frac{1}{4}$		9		-3		-12		$\frac{1}{17}$
Recíproco		$\frac{1}{-15}$		$\frac{1}{7}$		$-\frac{1}{25}$		$\frac{-1}{44}$	

3. **Haz lo siguiente.**

a) Al multiplicar un número entero por 2 y restar 4 al resultado, se obtiene -10. ¿Cuál es el número? ______________________

b) Escribe una adivinanza que corresponda a la ecuación $-3x + 7 = -20$.

____

____

c) Encuentra la solución de la ecuación y, a su vez, de la adivinanza. ________

d) Al dividir un número entero entre 4, el resultado es -20. ¿Cuál es ese número? ______________________

e) Al dividir un número entero entre 4 y restar 7 al resultado, se obtiene -12. ¿Cuál es el número? ______________________

f) Al dividir un número entero entre 9 y sumar 4 al resultado, se obtiene -68. ¿Cuál es ese número? ______________________

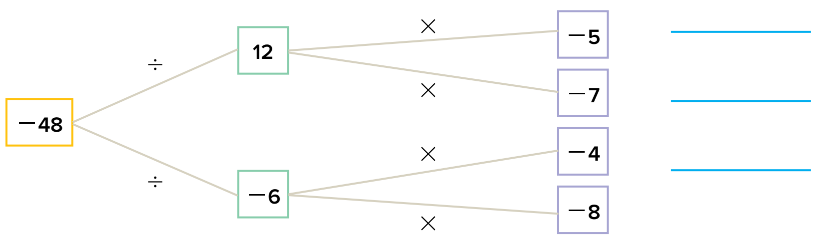
g) Escribe una adivinanza que corresponda a la ecuación $\frac{x}{3} - 5 = -11$.

____

____

h) Encuentra la solución de la ecuación y, a su vez, de la adivinanza. ________

4. **Escribe el resultado al final de cada rama del diagrama.**



5. **En un laboratorio se debe mantener una sustancia a una temperatura de -30°C. En el momento de meterla en un refrigerador, se encontraba a -12 °C. Si en el refrigerador la temperatura de la sustancia baja a razón de 3 °C por hora, ¿en cuántas horas alcanzará la temperatura deseada?** ______________

6. **En el momento de un apagón, un congelador industrial estaba a -32 °C. El suministro eléctrico se restableció 8 horas después y el congelador estaba a -8 °C.**

a) ¿Cuántos grados aumentó la temperatura del congelador durante las 8 horas? ______________________

b) ¿Cuánto aumentó la temperatura del congelador cada hora? ____________

Quiero saber más

El sitio bit.ly/3PUENFr contiene un interactivo donde puedes practicar el producto y la división de números enteros.

División y multiplicación de fracciones y decimales positivos y negativos

- Si los dos números tienen el mismo signo, el resultado de su multiplicación o división es un número positivo.

  Esto es, si a y b son números fraccionarios o decimales positivos, entonces:

  $$(+a)(+b) = +ab \qquad (-a)(-b) = +ab \qquad \frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b}$$

  Ejemplos:

  $$(-3.4)(-2.5) = 8.5 \qquad (3.4)(2.5) = 8.5$$

  $$\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{6} \qquad -\frac{1}{3} \div -\frac{2}{3} = -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{6}$$

- Si los dos números tienen signo contrario, el resultado de su multiplicación o división es un número negativo.

  Esto es, si a y b son números fraccionarios o decimales positivos, entonces:

  $$(+a)(-b) = -ab \qquad (-a)(+b) = -ab \qquad \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b}$$

  Ejemplos:

  $$(-3.4)(2.5) = -8.5 \qquad (3.4)(-2.5) = -8.5$$

  $$\frac{1}{3} \div -\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{6} \qquad -\frac{1}{3} \div \left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{6}$$

Aprende en casa

bit.ly/3oNl7r5

1. Resuelve las ecuaciones.

a) $-1.5x = -6$ $\qquad x =$ ____________

b) $\frac{y}{2.2} = -5$ $\qquad y =$ ____________

c) $-\frac{2}{3}z = 1$ $\qquad z =$ ____________

d) $-2.5 = \frac{s}{-4}$ $\qquad s =$ ____________

e) $2.8 = \frac{t}{-2}$ $\qquad t =$ ____________

2. Realiza las operaciones.

a) $\frac{9}{4} \times \left(-\frac{2}{5}\right) =$ ____________

b) $-2.5 \times (-3.8) =$ ____________

c) $-5 \times \left(\frac{5}{7}\right) =$ ____________

d) $-25.64 \div 2.5 =$ ____________

e) $-\frac{2}{7} \div \frac{2}{9} =$ ____________

f) $\frac{1}{5} \div \left(-\frac{4}{5}\right) =$ ____________

g) $-\frac{7}{2} \div \left(-\frac{2}{7}\right) =$ ____________

h) $-8.5 \div \left(-\frac{3}{4}\right) =$ ____________

3. Analiza cada expresión y escribe los números que faltan en los espacios.

a) $-\frac{8}{9} \times \frac{\square}{2} = \frac{4}{9}$

b) $\frac{5}{3} \div \frac{\square}{\square} = -2$

c) $-\frac{8}{3} \div \frac{\square}{\square} = \frac{16}{9}$

d) $\frac{\square}{3} \div \frac{1}{9} \times \frac{1}{\square} = -\frac{3}{2}$

e) $3.5 \times$ ______ $= -5.25$

f) $-2.5 \div$ ______ $= 2.5$

g) $-5.2 \times$ ______ $\div 1.5 = 11.44$

h) $\frac{8}{7} \times \frac{6}{\square} \times -\frac{1}{4} = \frac{3}{2}$

4. Plantea las ecuaciones que se indican.

a) Una ecuación que tenga como solución $x = -\frac{1}{2}$. ______________________

b) Una ecuación que tenga por solución $y = -3.5$. ______________________

c) Una ecuación en la que se usen fracciones y decimales cuya solución sea $z = -3$. ______________________

Aprende en casa

bit.ly/3QdcOke

5. Realiza la operación.

$$-\left[\left(\frac{4}{5} + \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right)\right] \times \left(\frac{1}{2} \div -\frac{3}{2}\right) + \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} =$$

6. Resuelve las diez operaciones y asocia cada resultado con la letra correspondiente. Recuerda simplificar los resultados cuando sea posible.

1. $\dfrac{\frac{5}{7}\left(-\frac{1}{5}\right)}{\frac{3}{4}} =$ ____________

2. $\dfrac{2.8(1.2)}{-3} =$ ____________

3. $\dfrac{-\frac{6}{5}\left(-\frac{7}{6}\right)}{7} =$ ____________

4. $\dfrac{-2.5(-5)}{-2} =$ ____________

5. $\dfrac{-\frac{2}{7}\left(\frac{4}{5}\right)}{-\frac{6}{5}} =$ ____________

6. $\dfrac{-12.5(5.5)}{-11} =$ ____________

7. $\dfrac{\frac{3}{5}\left(-\frac{4}{3}\right)}{4} =$ ____________

8. $\dfrac{-4.2(-2.1)}{-6} =$ ____________

9. $\dfrac{\frac{1}{7}\left(-\frac{1}{5}\right)}{-\frac{1}{8}} =$ ____________

10. $\dfrac{-2(1.4)}{-2.5} =$ ____________

Clave

A	C	E	M	N	Ó	P	R	S	U
-1.12	$-\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	6.25	-6.25	-1.47	$\frac{8}{35}$	1.12

Descifra el mensaje secreto colocando la letra correspondiente al resultado de cada operación anterior.

___	___	___	___		___	___		___	___	___	___	___	___	___
5	8	5	9		10	7		1	2	3	4	5	6	7

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 20 a 55

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 18 a 31 y 106 a 109

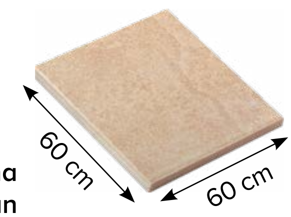
Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 32 a 59

Ficha 2

Potencias, raíces y notación científica

Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.

Antes de empezar



1. Analiza cada enunciado y responde.

- **Miguel decidió cambiar el piso de su recámara, que es una superficie cuadrada y tiene un área de 36 m². Le gustan unas losetas como la que se muestra en la imagen.**

  a) ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene el área de cada loseta? ____________

  b) ¿Cuántas losetas se necesitan para cubrir el piso de la recámara?

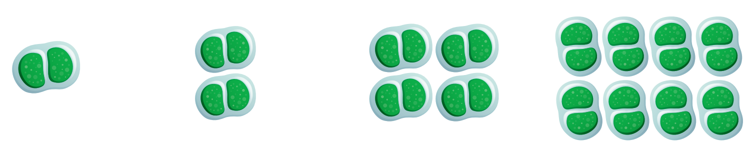
- **En un terreno cuadrado se quieren plantar filas de árboles con el mismo número de árboles en cada fila y en cada columna.**

  a) ¿Cuál es el número máximo de árboles que se pueden colocar en cada fila, si se tienen en total 28 árboles? __________ ¿Cuántos árboles sobran? ______________________________

  b) ¿Cuál es el número máximo de árboles que se pueden colocar en cada fila, si se tienen en total 147 árboles? ______________ ¿Cuántos árboles sobran? ______________________________

- **En un laboratorio se estudia cómo se reproduce un parásito unicelular y se observa que, en ciertas condiciones, cada parásito se divide en dos parásitos cada día.**

  1.er día | 2.º día | 3.er día | 4.º día



  __________ __________ __________ __________

  a) Escribe el número de parásitos que hay cada día.

  b) ¿Cuántos parásitos habrá el sexto día? Escribe tu respuesta como un entero, como un producto de factores iguales y como potencia.

  Producto de factores: ______________________________

  Potencia: ______________ Entero: __________

Repaso lo que aprendí

Cuadrados perfectos

Elevar al cuadrado un número es multiplicar el número por sí mismo; por ejemplo:

$2^2 = 2 \times 2 = 4$ y $8^2 = 8 \times 8 = 64$

Los números enteros que resultan de elevar un número entero al cuadrado se llaman **cuadrados perfectos**. Por ejemplo, 4 y 64 son cuadrados perfectos, 225 también es un cuadrado perfecto porque $15^2 = 15 \times 15 = 225$.

Cada vez que elevamos un entero al cuadrado, obtenemos un cuadrado perfecto.

1. Realiza lo que se indica.

a) Escribe el cuadrado de los siguientes números.

$2^2 =$ ______ $(-2)^2 =$ ______

$4^2 =$ ______ $(-4)^2 =$ ______

$6^2 =$ ______ $(-6)^2 =$ ______

$15^2 =$ ______ $(-15)^2 =$ ______

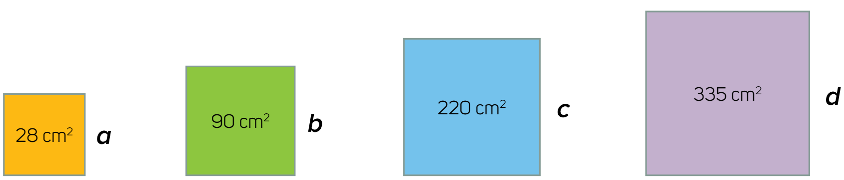
b) Los siguientes números son cuadrados perfectos. Escríbelos como un número elevado al cuadrado de dos formas distintas.

25 = ______ 25 = ______

81 = ______ 81 = ______

144 = ______ 144 = ______

2. Analiza los cuadrados. Dentro de cada uno aparece su área. La letra representa la longitud de cada lado.



a) Escribe una expresión algebraica que permita calcular el área de cada cuadrado.

______ = 28 ______ = 90 ______ = 220 ______ = 335

b) ¿El área de cada cuadrado es un cuadrado perfecto? ______ ¿Por qué?

______

______

c) ¿El área de cualquier cuadrado de lado x es un cuadrado perfecto? ______ ¿Por qué? ______

Raíz cuadrada de un número

La raíz cuadrada de un número *a*, mayor o igual que cero, se denota así: $\sqrt{a}$.

El símbolo $\sqrt{}$ se llama **radical**, el número *a* se llama **radicando** y el valor de $\sqrt{a}$ se llama **raíz** de *a*.

La raíz cuadrada de un número es la operación inversa de elevar un número al cuadrado. Eso significa que la raíz de un número *a* es igual a un número *b* siempre que el cuadrado de *b* sea igual al número *a*:

$$\sqrt{a} = b \text{ siempre que } a = b^2$$
$$\sqrt{a} = \sqrt{b^2} = b$$

$(\pm 3)^2$

± 3 9

$\sqrt{9}$

Por ejemplo: $\sqrt{81} = 9$ porque $81 = 9^2$; $\sqrt{0} = 0$.

Aprende en casa

bit.ly/3SnM3vl

1. Calcula las raíces.

a) $\sqrt{64} =$ ______ **c)** $\sqrt{225} =$ ______ **e)** $\sqrt{576} =$ ______

b) $\sqrt{144} =$ ______ **d)** $\sqrt{324} =$ ______ **f)** $\sqrt{400} =$ ______

2. Mentalmente determina el número que va en el radical y escríbelo.

a) $\sqrt{\quad\quad} = 10$ **c)** $\sqrt{\quad\quad} = 6$ **e)** $\sqrt{\quad\quad} = 5$

b) $\sqrt{\quad\quad} = 20$ **d)** $\sqrt{\quad\quad} = 60$ **f)** $\sqrt{\quad\quad} = 50$

3. Realiza lo que se indica.

a) Escribe el cuadrado de los siguientes números.

$3^2 =$ ______ $9^2 =$ ______ $15^2 =$ ______ $1^2 =$ ______

$0.9^2 =$ ______ $0.1^2 =$ ______ $0.54^2 =$ ______ $0.7^2 =$ ______

b) Escribe el símbolo “<” (menor que) o “>” (mayor que) según corresponda.

3^2 ______ 3 8^2 ______ 8 15^2 ______ 15

0.9^2 ______ 0.9 0.54^2 ______ 0.54 0.7^2 ______ 0.7

c) ¿Cuándo un número es menor que su cuadrado? ______

______

¿Y cuándo es mayor que su cuadrado? ______

______

d) Calcula las raíces.

$\sqrt{4} =$ ______ $\sqrt{64} =$ ______ $\sqrt{81} =$ ______ $\sqrt{121} =$ ______

e) Si el radicando *x* es mayor que 1, ¿qué es mayor: *x* o $\sqrt{x}$? ______

f) Escribe ahora el resultado de las siguientes raíces.

$\sqrt{0.25} =$ ______ $\sqrt{0.81} =$ ______ $\sqrt{0.0016} =$ ______ $\sqrt{0.000049} =$ ______

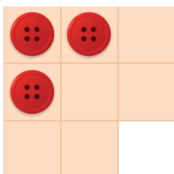
Raíces cuadradas que no son un entero

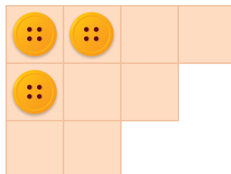
Solo los números que son cuadrados perfectos tienen como raíz cuadrada un número entero. Los números enteros que no son cuadrados perfectos tienen como raíz cuadrada números con una infinidad de cifras decimales. El valor que arroja la calculadora es una aproximación al valor de la raíz cuadrada.

Geométricamente, si el área de un cuadrado no es un número cuadrado perfecto, el lado del cuadrado, que es la raíz del área, no es un número entero.

1. Analiza el problema y haz lo que se solicita.

La costurera Érika quiere construir organizadores para sus botones. Dibuja diseños de cajones cuadrados con casillas cuadradas del mismo tamaño para colocar un botón en cada casilla. En un cajón pretende colocar 20 botones rojos y en otro, 32 amarillos. Érika empezó a trazar los diseños de los dos cajones y dibujó los primeros tres botones en cada uno.





a) ¿Cuántas casillas por lado debe tener el cajón cuadrado para poder colocar el mayor número de botones rojos? _______ ¿Cuántos botones rojos podrán colocar en este cajón? ______ ¿Cuántos botones rojos sobran? ___________

b) ¿Cuál es el mayor número de casillas por lado que debe tener el cajón cuadrado para poder colocar el mayor número de botones amarillos? ________ ¿Cuántos botonoes amarillos podrán colocar en ese cajón? _____ ¿Cuántos botones amarillos sobraran? __________

c) Si se quisiera construir un cajón cuadrado para poder colocar el mayor número posible de 50 botones verdes, ¿cuántas casillas debe tener el cajón en cada lado? ________ ¿Cuántos botones se pueden colocar? _____ ¿Cuántos botones sobran? _________

2. ¿Son cuadrados perfectos los números 20, 32 y 50? ______________ ¿Por qué?

____

3. Escribe el primer cuadrado perfecto menor y el primero mayor de cada uno de los tres números.

_____ $< 20 <$ _____ _____ $< 32 <$ _____ _____ $< 50 <$ _____

4. Escribe entre qué números se encuentran las raíces de 20, 32 y 50.

_____ $< \sqrt{20} <$ _____ _____ $< \sqrt{32} <$ _____ _____ $< \sqrt{50} <$ _____

Aproximación a la raíz de un entero que no es cuadrado perfecto

La raíz de un número entero *a* que no es un cuadrado perfecto se encuentra entre la raíz de los dos primeros cuadrados perfectos consecutivos, entre los que está el número *a*.

Por ejemplo:

Si $a = 115$, entonces $10 < \sqrt{115} < 11$, porque $10^2 < 115 < 11^2$.

1. Completa.

a) ______ $< \sqrt{12} <$ ______, porque ______ $<$ 12 $<$ ______

b) ______ $< \sqrt{18} <$ ______, porque ______ $<$ ______ $<$ ______

c) ______ $< \sqrt{26} <$ ______, porque ______ $<$ ______ $<$ ______

d) ______ $< \sqrt{84} <$ ______, porque ______ $<$ ______ $<$ ______

Potencia de un número

La **potencia** ***n*** **de un número** *a* es la multiplicación repetida del número *a* tantas veces como lo indique el número *n*, y se denota así:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ factores}}, \text{ con } n \text{ un número entero positivo.}$$

El número *a* se llama base y el número entero *n* se llama exponente. Por ejemplo, la potencia 5 del número 4 es $4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$; la base es 4 y el exponente es 5.

Ten en cuenta la diferencia entre -3^2 y $(-3)^2$. En la expresión -3^2, primero se calcula $3^2 = 9$ y luego se agrega el signo menos para obtener $-3^2 = -9$. En la segunda expresión, el exponente se aplica a la base -3: $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$.

Aprende en casa

bit.ly/3SgwHc1

1. Realiza lo siguiente.

a) Completa la tabla.

Potencia	Desarrollo	Resultado	Base	Exponente
$(-3)^2$				
$(-3)^3$				
$(-3)^4$	$(-3)^1 \times (-3)^1 \times (-3)^1 \times (-3)^1$	81	-3	4
$(-3)^5$				

b) Si *a* es un número positivo, ¿qué signo tiene el resultado de a^2? ______

¿Y el de $(-a)^2$? ______ ¿Y el de a^3? ______ ¿Y el de $(-a)^3$? ______

2. Realiza las operaciones.

a) $5^2 + -(1^{80}) + 3^3 + 0^{12} =$ ______

b) $2^1 + 1^1 + 1^2 + 1^3 =$ ______

c) $0^2 + 0^{14} - 0^{39} + 0^0 + 1^{90} =$ ______

d) $1^{200} + 0^{55} + 4^3 =$ ______

e) $4^3 + (-1)^{90} + (-8)^2 =$ ______

f) $0^{100} + 9^2 + 3^2 + (-1)^{12} =$ ______

g) $5^3 + (-6)^3 + 3^2 + 0^{12} =$ ______

h) $(-3)^2 + 1^{508} + 7^2 + 0^{120} =$ ______

Producto de dos potencias y cociente de potencias

El **producto de dos potencias de la misma base** es la base elevada a la suma de los exponentes; es decir, si m y n son dos números enteros mayores o iguales que 1:

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Por ejemplo, $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$ y $9^5 \times 9^4 = 9^{5+4} = 9^9$.

El cociente de dos potencias de la misma base (distinta de cero) es una potencia que tiene esa base y el exponente que se obtiene al restar el exponente del dividendo menos el del divisor. La base debe ser distinta de cero, pues la división entre cero no está definida.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \text{ con } a \neq 0,\ m \text{ y } n \text{ números enteros positivos.}$$

La regla del cociente de potencias de la misma base $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ se cumple para números enteros m y n, cuando $n = m$, cuando $n > m$ y cuando $n < m$. Se establecen, además, las siguientes igualdades:

$$a^1 = a, \qquad \frac{a^n}{a^n} = a^0 = 1 \qquad \text{y} \qquad \frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{-n},\ a \neq 0$$

1. **Escribe el resultado de las operaciones como una sola potencia.**

Aprende en casa

bit.ly/3JsU5z2

a) $(-5)^2 \times (-5)^6 =$ ______

b) $13^4 \times 13^7 =$ ______

c) $-3^2 \times 3^5 \times 3^3 =$ ______

d) $(-2)^2 \times (-2)^3 =$ ______

e) $15^0 \times 15^7 =$ ______

f) $p^3 \times p^4 =$ ______

g) $a^3 \times a^6 =$ ______

h) $(-x)^4 \times (-x)^5 =$ ______

i) $\frac{8^9}{8^5} =$ ______

j) $\frac{15^{147}}{-15^{126}} =$ ______

k) $\frac{(-a)^{2n}}{(-a)^n} =$ ______

l) $\frac{3^6}{(-3)^5} \times -\frac{(-3)^4}{3} \times 3 =$ ______

Potencia de un producto y de un cociente, y potencias de potencias

La **potencia del producto de dos números** es igual al producto de las potencias formadas por cada uno de los números.

$$(ab)^n = a^n\, b^n, \text{ con } n \text{ un número entero}$$

La **potencia formada por un cociente elevado a un exponente** es igual al cociente de las potencias formadas por cada uno de los números elevados al mismo exponente. Se puede representar lo anterior de la siguiente forma:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ con } n \text{ un número entero y } b \neq 0.$$

Al elevar **una potencia a^n a un exponente m**, se obtiene una potencia de base a y un exponente $n \times m = nm$, es decir:

$$(a^n)^m = a^{nm}, \text{ para } n \text{ y } m \text{ números enteros}$$

1. **Subraya los incisos cuyas igualdades son verdaderas.**

a) $\frac{5^3}{15^3} = 3^{-3}$

b) $(3^2)^3 \div (3^3)^3 = \frac{1}{3^2}$

c) $\frac{7^{13}}{(7^3 \times 7^2)^5} = 7^{-12}$

d) $2^{-1} \times 2^3 \times 2^{-2} = 1$

2. **Haz las operaciones.**

a) $5 \times \frac{(4^2 - 2^3)^5}{[(2 \times 4)^2]^4} =$

b) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} + \left(\frac{2^2}{5^2}\right)^2 =$

Notación científica

Para escribir números muy grandes o muy pequeños en forma abreviada, se usa la notación científica. Un número escrito en notación científica es de la forma $a \times 10^k$, donde k es un entero y a es un número decimal mayor o igual que 1 y menor que 10.

Escribir un número en notación científica es escribirlo como un número decimal con una sola cifra entera y multiplicarlo por una potencia de 10 con exponente igual al número de cifras que se debe recorrer el punto decimal, para que el producto dé como resultado el número original.
Si el número es muy grande, por ejemplo 235 000 000, entonces:
1. Se coloca el punto decimal para que quede con una sola cifra entera: 2.35000000
2. Se cuentan las cifras a la derecha del punto: 8 cifras
3. Se eliminan los ceros a la derecha de la última cifra decimal distinta de cero: 2.35
4. Se multiplica el número anterior por la potencia de 10 con exponente igual al número obtenido en el segundo paso, el cual es el número de cifras que debe recorrerse el punto a la derecha para obtener el número original:

$$2.35 \times 10^8 = 235000000$$

Si el número es muy pequeño, por ejemplo 0.000000000009301, entonces:
1. Se coloca el punto decimal para que quede con una sola cifra entera: 0000000000009.301
2. Se cuentan las cifras que se debe recorrer el punto decimal del número anterior, para obtener el original: 12 cifras
3. Se eliminan los ceros a la izquierda de la cifra entera: 9.301
4. Se multiplica el número anterior por la potencia de 10 con exponente igual al número obtenido en el segundo paso, pero le antecede el signo menos (−), pues ahora el punto se debe recorrer a la izquierda para que el producto sea igual al número original:

$$9.301 \times 10^{-12} = 0.000000000009301$$

Aprende en casa

bit.ly/3bqhG6I

1. **¿Qué números no están escritos en notación científica? Explica por qué.**

a) 0.325×10^{14} **b)** 8.15×10^{20} **c)** 9.25×10^{-2} **d)** 10.8×10^{-17}

2. **Escribe los números en notación científica.**

a) 0.000000000000584 **b)** 8 975 000 000 000 000 000

Quiero saber más

Ingresa al sitio bit.ly/3zpXGZV donde encontrarás varios juegos para practicar la notación científica. Primero elige el juego “De notación científica a notación decimal” y juega varias veces, hasta que no tengas fallas. Después escoge otros juegos. Cuando no sepas cómo proceder, selecciona “¡ME RINDO!”, revisa los resultados y analiza en qué fallaste, para que no vuelvas a errar.

Operaciones con notación científica

Para sumar o restar dos números en notación científica...

- si los exponentes de las potencias de 10 son iguales, se escribe la suma como un producto con un factor igual a la potencia común de 10.
- si los exponentes son distintos, se escribe la suma como un producto con un factor igual a la potencia de 10 de mayor exponente.

En los dos casos, el resultado final se escribe en notación científica.

Para multiplicar o dividir dos números en notación científica, se multiplican o dividen los números que preceden las potencias, y también se multiplican o dividen las potencias de 10. El resultado se escribe en notación científica. Ejemplos:

- $8.5 \times 10^{15} + 3.4 \times 10^{18} = (8.5 \times 10^{-3} + 3.4) \times 10^{18} = (0.0085 + 3.4) \times 10^{18} = 3.4085 \times 10^{18}$
- $(9.2 \times 10^{8}) \times (3.2 \times 10^{-2}) = (9.2 \times 3.2)(10^{8} \times 10^{-2}) = 29.44 \times 10^{6} = 2.944 \times 10^{7}$
- $(9.2 \times 10^{8}) \div (3.2 \times 10^{-2}) = (9.2 \div 3.2)(10^{8} \div 10^{-2}) = 2.875 \times 10^{10}$

1. Realiza las operaciones.

a) $2.5 \times 10^{-12} + 3.7 \times 10^{-12} =$ ______________________

b) $(1.8 \times 10^{12}) \times (6.3 \times 10^{32}) =$ ______________________

c) $(6.4 \times 10^{11}) \div (6.2 \times 10^{8}) =$ ______________________

2. Resuelve los problemas.

a) Considera que la rapidez de la luz es de 300 000 kilómetros por segundo, que un año luz equivale a la cantidad de kilómetros que, en el vacío, recorre la luz en un año, y que la rapidez es la distancia entre el tiempo. Calcula la cantidad de segundos que hay en un año.

____

b) Nuestra galaxia, donde está el sistema solar, es la Vía Láctea, que tiene 150 000 años luz de diámetro. Comparativamente, nuestro planeta es un pequeño e insignificante punto perdido en la galaxia. ¿Cuánto mide el diámetro de la Vía Láctea en kilómetros?

____

c) La masa de un electrón es aproximadamente:
0.000000000000000000000000000000911 kg

- Escribe este número con notación científica. ______________________
- Se sabe que un neutrón tiene una masa que es casi 1 838 veces mayor que la de un electrón. Usa esta información y encuentra el valor aproximado de la masa de un neutrón. ______________________

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 100 a 129

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 32 a 47, 110 a 123 y 198 a 201

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 106 a 135

Ficha 3

Expresiones equivalentes

Contenido curricular indispensable: Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.

Antes de empezar

1. **Analiza las figuras formadas con cerillos y haz lo que se pide.**

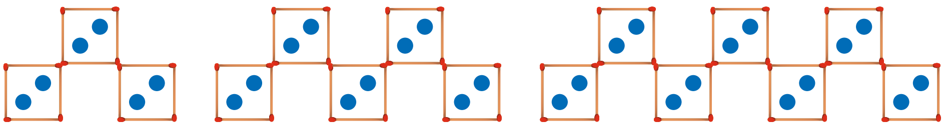


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) ¿Cuántos cuadrados tiene la figura 2? __________

b) ¿Cuántos cerillos tiene la figura 3? __________

c) ¿Cuál término de la sucesión tendrá 18 puntos? __________

d) ¿Cuál término de la sucesión tendrá 13 cuadrados? __________

e) Escribe una expresión algebraica para representar el número de cerillos del término *n* de la sucesión. __________

2. **Lee el problema y responde.**

Tatiana usó cubos para formar figuras siguiendo patrones.

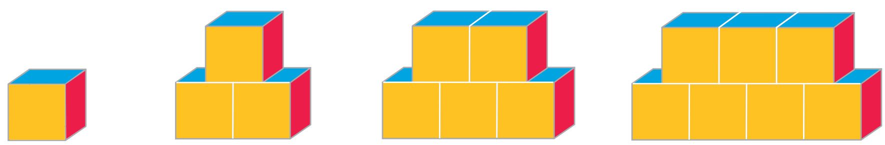


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) Anota en la tabla el número de cubos que tiene cada figura.

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4

b) ¿Qué patrón observas en los números de la tabla? __________

c) ¿Cuántos cubos necesitarías para dibujar la figura número 150? Justica tu respuesta. __________

d) Tatiana dice que la expresión para el número de cubos que habrá en la figura n es $n + n - 1$; mientras que Joaquín, su hermano, dice que es $2n - 1$. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué? __________

Repaso lo que aprendí

Expresiones algebraicas equivalentes

Una sucesión puede representarse mediante diferentes expresiones algebraicas. Estas se denominan **expresiones equivalentes.**

Para asegurar que dos expresiones son equivalentes, se pueden efectuar operaciones algebraicas de manera que se obtenga una expresión a partir de la otra. Por ejemplo, en $n + n - 1$ se puede sumar $n + n$ y así obtener $2n - 1$.

1. Observa la sucesión, dibuja en tu cuaderno los siguientes tres términos y haz lo que se te pide.

Aprende en casa

bit.ly/3SkqYBR

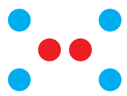


Figura 1

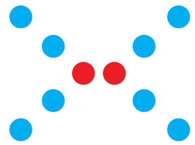


Figura 2

a) Completa la tabla con el número de círculos de cada figura.

Figura	1	2	3	4	5
Círculos rojos					
Círculos azules					
Total de círculos					

b) Escribe una expresión algebraica que te permita encontrar el número total de círculos. ______________________

c) Verifica que la expresión que escribiste es correcta sustituyendo valores y comparando con el número de círculos en cada figura.

____

____

d) Escribe al menos dos expresiones equivalentes para la sucesión.

____

e) Dibuja cómo se ve la sucesión de acuerdo con cada expresión. Puedes agrupar los círculos o separarlos, según sea el caso.

Algunas propiedades de la suma y la multiplicación

En el curso anterior usaste algunas propiedades importantes de los números. Una de estas, la llamada propiedad de la **conmutatividad de la multiplicación**, afirma que el orden de los factores no altera el producto, es decir:

$$a \times b = b \times a$$

O simplemente:

$$ab = ba$$

Donde *a* y *b* son cualquier par de números.

Otra de las propiedades que usaste es la de la **distribución de la multiplicación respecto a la suma**. Esta propiedad afirma que al multiplicar la suma de dos o más números por otro número se obtiene el mismo resultado si primero se hace la suma y luego la multiplicación o si primero se hace la multiplicación por cada uno de los sumandos y luego se hace la suma de los resultados. Es decir:

$$a(b + c) = ab + ac$$
$$a(b + c + d) = ab + ac + ad$$
etcétera

Como las literales representan números, esta propiedad también es válida para cualquier expresión algebraica. Así, por ejemplo, $5(x + 9) = 5x + (5 \times 9)$ y $n(3 + 9) = 3n + 9n$.

De la misma forma, si se multiplica la resta de dos números por otro número, se obtiene el mismo resultado si primero se hace la resta y luego la multiplicación que si primero se hace la multiplicación por cada termino y luego se hace la resta. Es decir:

$$a(b - c) = ab - ac$$

Cuando en una expresión algebraica aparecen varios sumandos con la misma literal, puedes agruparlos en uno solo realizando las sumas o las restas correspondientes. A este procedimiento se le conoce como simplificación de expresiones algebraicas mediante **agrupación de términos semejantes**.

Por ejemplo, en la expresión algebraica $3x + 7x - 5x$, los términos $3x$, $7x$ y $-5x$ son semejantes. Al realizar las operaciones se obtiene $(3 + 7 - 5)x = 5x$.

1. Analiza la sucesión de figuras y haz lo que se pide.

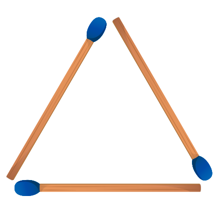


Figura 1

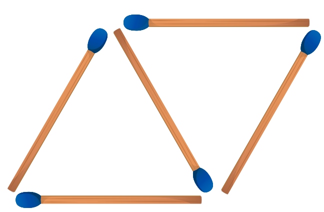


Figura 2

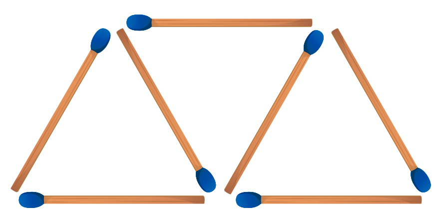


Figura 3

a) Continuando con la sucesión, ¿cuántos cerillos tendrá y cuántos triángulos se formarán en la figura 5? ______________________________

____

¿Y la figura 6? ______________________________

b) ¿Cuántos cerillos tendrá la figura 22? ______________________________

____

c) Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de cerillos de la figura n de la sucesión. ______________________

d) ¿La expresión $3 + 2(n - 1)$ representa la cantidad de cerillos de la figura n de la sucesión? __________ ¿Por qué? ______________________

____

e) Escribe una tercera expresión algebraica para representar el número de cerillos de la figura n de la sucesión. ______________________

2. Observa la sucesión de figuras y responde.

a) Dibuja el cuarto término de la sucesión de figuras.

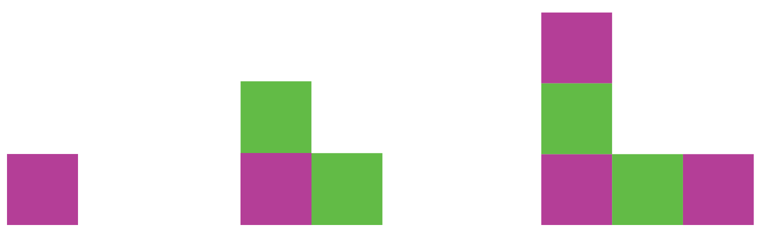


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

b) Escribe dos expresiones algebraicas que representen el número de cuadrados de la figura n de la sucesión: __________ y ______________

3. Haz lo que se pide.

a) Escribe los primeros cinco términos de la sucesión dada por la regla $1 + 5(n - 1)$. ______________________________

b) ¿Cuál es el décimo término de la sucesión? ______________________

c) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión dada por la regla $5n - 4$.

____

d) ¿Cuál es el décimo término de la sucesión? ______________________

e) ¿Serán equivalentes las expresiones $1 + 5(n - 1)$ y $5n - 4$? __________

f) Elimina los paréntesis de la primera expresión realizando las operaciones correspondientes y verifica si son equivalentes o no. ______________

____

____

Aprende en casa

bit.ly/3BC0XYE

Quiero saber más

Entra en el sitio bit.ly/3Bw9pc9 y analiza los primeros cuatro términos de la sucesión, te ayudarán a practicar lo visto hasta ahora.

4. **Observa los tres primeros términos de la sucesión y contesta.**

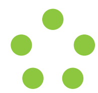


Figura 1

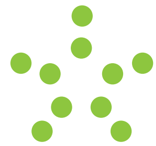


Figura 2

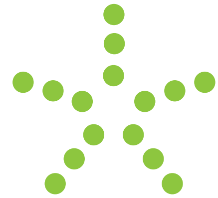


Figura 3

a) ¿Cuántos círculos tendrá el cuarto término de la sucesión? ____________

¿Y el quinto? ____________

b) Escribe una expresión algebraica que represente al término *n* de esta sucesión.

____

c) ¿Existe otra expresión algebraica que represente al término *n* de esta sucesión? En caso afirmativo, escríbela. ____________

5. **Analiza la sucesión de figuras y responde.**

Figura 1

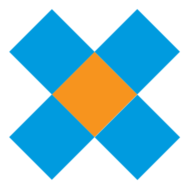


Figura 2

Figura 3

a) ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura que ocupa el décimo lugar? ____________

b) Escribe dos expresiones algebraicas equivalentes que representen el término *n* de esta sucesión. ____________

6. **Analiza la sucesión de y haz lo que se pide.**

$$\frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{2}, \frac{15}{2}, \ldots$$

a) Encierra las expresiones algebraicas que representen el término *n* de la sucesión.

$$\frac{3 + 4(n-1)}{2}, \frac{3 + 4n}{2}, \frac{4n - 1}{2}, \frac{3 + 4(n-2)}{2}$$

b) Explica cómo obtuviste tu respuesta. ____________

____

Quiero saber más

Entra en el sitio bit.ly/3Qaf63t, escribe la expresión de la sucesión en “Fórmula explícita” y presiona *play* para que puedas ver los términos que se generan con la sucesión.

7. Observa la sucesión y responde.

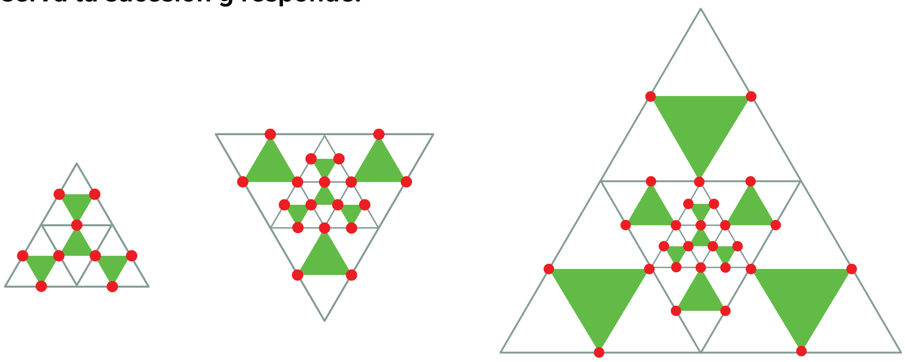


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Escribe dos expresiones algebraicas equivalentes que describan la sucesión del número de puntos rojos en las figuras. ______________________

b) Escribe dos expresiones algebraicas que indiquen el número de triángulos verdes que hay en cada figura. ______________________

8. Analiza la sucesión y responde.

Lugar del término	1	2	3	4	5	6	7	8
Término	16	36	56	76	96	116	136	156

a) Verifica si las expresiones corresponden a la sucesión.

$$20n - 4 \qquad\qquad 4(5n - 1)$$

b) Lee las observaciones respecto a la sucesión y decide qué expresión corresponde a cada una.

- Va de 20 en 20. ______________________
- En todos los casos, el número es un múltiplo de 4. ______________________

c) ¿Son equivalentes las expresiones? ¿Por qué? ______________________

____

9. Completa la tabla y responde.

Lugar del término	1	2	3	4	7	8	50	100
Término	6	8	10	12				

a) Escribe dos expresiones algebraicas que representen la sucesión y utilízalas para completar la tabla. ______________________

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 224 a 229

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 54 a 57

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 16 a 21

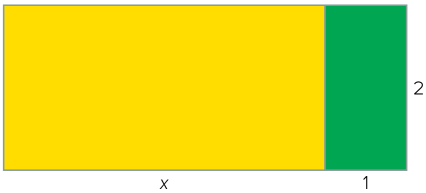
Ficha 4

Álgebra con figuras geométricas

Contenido curricular indispensable: Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).

Antes de empezar

1. **Analiza las figuras y haz lo que se pide.**



a) ¿Cuál es la medida de la base del rectángulo bicolor? ________

b) ¿Cuánto mide su altura? ________

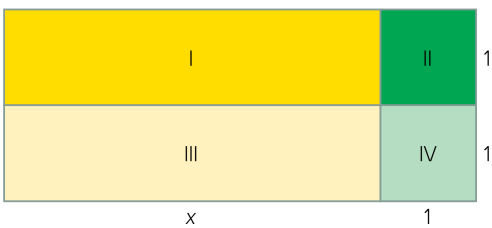
c) ¿Cuál es el área del rectángulo amarillo? ________

d) ¿Cuál es el área área del rectángulo verde? ________

e) ¿Cuál es el área del rectángulo bicolor? ________

f) Escribe dos expresiones algebraicas que representen el área de la figura completa. ________

2. **Escribe una expresión algebraica que represente el área de cada uno de los cuadriláteros que componen la siguiente figura.**



Cuadrilátero I: ________ **Cuadrilátero III:** ________

Cuadrilátero II: ________ **Cuadrilátero IV:** ________

a) ¿Cuál es el área de la figura completa? ________

b) ¿Qué relación hay entre estas cuatro expresiones y la que representa el área del rectángulo de base $x + 1$ y altura 2? ________

____

____

Repaso lo que aprendí

Literales, constantes, sumandos y factores

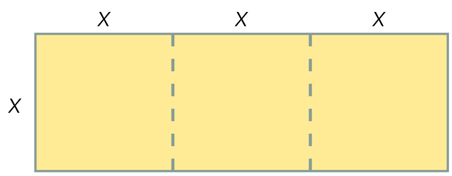
Las letras que aparecen en las expresiones algebraicas se llaman **literales** y no son abreviaturas, sino números o cantidades desconocidas. En las expresiones algebraicas, a los números que no varían se les llama **constantes**. Por ejemplo, en la expresión $8x$, 8 es una constante y x es una literal.

En una suma, los números que se suman se llaman **sumandos**. Por ejemplo, $x + x + x + x + x + x + x + x$ es una suma de ocho sumandos en la que cada sumando es la literal x.

En una multiplicación, los números que se multiplican se llaman **factores**. Por ejemplo, $8x$ es una multiplicación de dos factores: el número 8 y la literal x. Y $2(3x + x)$ es una multiplicación en la que un factor es el número 2 y el otro, una suma de dos sumandos: $3x$ y x.

Aprende en casa
bit.ly/3SnMw0z

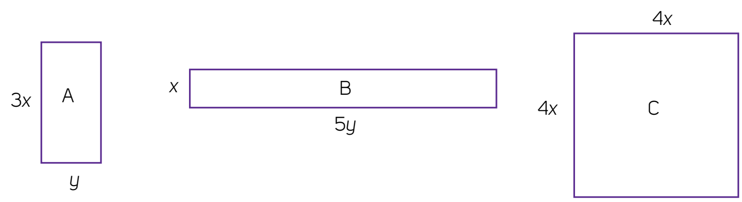
1. Analiza la figura y haz lo que se pide.



a) ¿Cuál es el perímetro del rectángulo? ____________________

b) Escribe otras dos expresiones algebraicas que representen el perímetro del rectángulo. ____________________

2. El señor José va a comprar una malla ciclónica para cercar tres terrenos. Las medidas de los lados de los terrenos son las que se muestran.



a) ¿Qué expresión algebraica representa el perímetro del terreno A? __________

b) ¿Qué expresión algebraica representa el perímetro del terreno B? __________

c) ¿Qué expresión algebraica representa el perímetro del terreno C? __________

d) Si $y = 8$ y $x = 5$, ¿cuántos metros de malla debe comprar para los tres terrenos? ____________________

3. Escribe el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide $m + j + 2$ unidades en la forma que se indica.

a) Como una suma de dos sumandos. ____________________

b) Como una multiplicación de dos factores en la que uno de los factores sea 4. ____________________

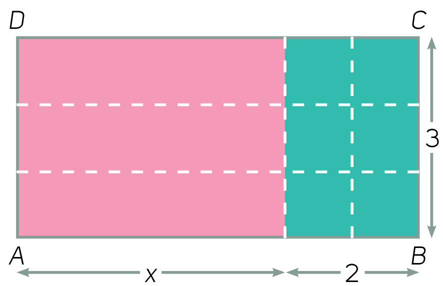
Agrupación de términos semejantes

Cuando en una expresión algebraica aparecen varios sumandos con la misma literal, podemos agruparlos en uno solo realizando las sumas o las restas correspondientes.

A este procedimiento se le conoce como simplificación de expresiones algebraicas mediante agrupación de términos semejantes.

Por ejemplo, si a la expresión algebraica $6(x + 2) + 2x + 4(x + 2)$ le aplicamos la propiedad distributiva, obtenemos la expresión $6x + 12 + 2x + 4x + 8$, y al agrupar los términos semejantes llegamos a la expresión algebraica $12x + 20$.

1. Observa la figura y sigue las indicaciones.



a) ¿Cuál es el área de cada rectángulo color de rosa? ____

b) ¿Cuál es el área de cada cuadrado verde? ________

c) Escribe una expresión algebraica que represente el área del rectángulo *ABCD*, como una suma de las áreas de los rectángulos color de rosa y de los cuadrados verdes.

____

d) Escribe una expresión algebraica que represente el área del rectángulo *ABCD* como un producto de dos factores. ____________

e) Usa la propiedad distributiva y escribe el área como una suma de dos sumandos. ____________________

f) ¿Son equivalentes las expresiones algebraicas que representan el área del rectángulo? ¿Por qué? ____________________

Aprende en casa
bit.ly/3OQ4iX7

2. Aplica la propiedad distributiva y agrupa los términos semejantes para verificar que las expresiones algebraicas son equivalentes.

a) $3(x + 4) + 2x - 1$ y $5x + 11$ ____________

b) $2(4x + 1) - 3x$ y $5x + 2$ ____________

c) $4(2a + 1) - 2a$ y $2(3a + 2)$ ____________

3. Completa y asocia los términos de manera que las igualdades sean correctas.

a) $2 - 5x + 3 - x = (2 - \_\_\_) + (3 - \_\_\_)$

b) $2 - 5x + 3 - x = (2 - \_\_\_) - (\_\_\_ + x)$

c) $2 - 5x + 3 - x = (2 + 3) + (\_\_\_ + \_\_\_)$

d) ¿La expresión $(1 - x) - (1 - 3x)$ es equivalente a la expresión $2x$? ____

¿Por qué? ____________________

____

Restar una suma

Si a, b y c son números cualesquiera, entonces

$$a - (b + c) = a - b - c$$
$$a - (b + c + d) = a - b - c - d$$

etcétera

Así, por ejemplo, la expresión algebraica $8x + 5z + 20 - (2x + 3z + 5)$ es equivalente a la expresión

$$8x + 5z + 20 - 2x - 3z - 5.$$

Y al agrupar los términos semejantes se obtiene la expresión equivalente $6x + 2z + 15$.
De manera recíproca, la expresión $5x + 2y + 5 - x - 3y - 3$ es equivalente a la expresión

$$5x + 2y + 5 - (x + 3y + 3).$$

1. **Haz lo siguiente.**

a) Escribe la expresión $7x + 10y + 11 - (4x + 7y + 2)$ como una multiplicación de dos factores en la que uno de los factores sea 3. ______________

Aprende en casa

bit.ly/3bppxBr

Quiero saber más

Entra al sitio bit.ly/3cVwTNu e interactúa con las actividades propuestas para saber más sobre las expresiones algebraicas.

2. **Analiza las figuras y responde.**

Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Escribe una expresión algebraica que represente el área de cada rectángulo como un producto de dos factores.

Figura 1: __________ Figura 2: __________ Figura 3: __________

b) Escribe una expresión algebraica que represente la suma de las áreas que se indican.

Figuras 1 y 2: ______________________________

Figuras 1 y 3: ______________________________

Figuras 2 y 3: ______________________________

c) Escribe una expresión algebraica que represente el área de la figura 1 menos el área de la figura 3. ______________________________

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 132 a 139

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 58 a 61 y 124 a 137

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 22 a 31

Ficha 5

Ecuaciones lineales con dos incógnitas

Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Antes de empezar

1. Escribe en cada caso la o las ecuaciones que representan la situación.

a) La suma de dos números es 27. ¿Cuáles son los números? ______

b) El perímetro de un rectángulo mide 12 cm y el largo mide la mitad del ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones? ______

c) La diferencia entre dos números es 4 y uno de ellos es el doble del otro. ¿Cuáles son los números? ______

d) Mi hermana es dos años mayor que yo. ¿Qué edad tiene mi hermana?

______

e) ¿En cuáles casos tienes suficiente información para encontrar la respuesta? ______ ¿Cuál es la respuesta en esos casos? ______

______

______

2. Verifica que la pareja de números $x = 2$ y $y = -4$ es solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 14 \\ -5x + y = -14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x - 5y = 18 \\ -3x - 9y = 30 \end{cases}$

3. Resuelve los sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 2x \end{cases}$

Repaso lo que aprendí

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** es una pareja de ecuaciones de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

donde a, b, c, d, e y f son constantes, mientras que x y y son incógnitas.

Los siguientes son ejemplos de sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x = 5 + 3y \\ 5y = 1 + 4x \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3y - 10 \\ 3x = 2 + 5y \end{cases}$$

Se coloca una llave o corchete a la izquierda de las ecuaciones para resaltar el hecho de que no son ecuaciones independientes, sino un sistema de ecuaciones.

La pareja de números x y y es **solución del sistema de ecuaciones** si dicha pareja es solución de cada una de las ecuaciones del sistema. Así, la pareja de números $x = 4$ y $y = 3$ es solución del primer sistema de ecuaciones puesto que:

$$4 + 3 = 7$$
$$4 - 3 = 1$$

1. **Lee y responde.**

Un alumno resolvió el siguiente sistema de ecuaciones como sigue: Si $x = 7$, entonces $y = 4$, y como $2x = 14$, entonces $y = 2$.

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$$

Explica por qué el procedimiento anterior es incorrecto. ____________________

____

____

Aprende en casa

bit.ly/3BBaXkV

2. **Formula un sistema de ecuaciones para cada problema.**

a) Daniel pagó \$8 por una pluma y un lápiz; Adriana compró ocho plumas y seis lápices en el mismo lugar y pagó \$54. ¿Cuál es el precio de una pluma y el de un lápiz?

b) Por la mañana, una compañía de distribución de materiales de construcción mandó dos camiones de distinta capacidad para hacer una entrega de cemento; entre los dos entregaron ocho toneladas, cargados a su máxima capacidad. Por la tarde, uno de los camiones hizo cuatro viajes y el otro hizo seis y, entre ambos, entregaron 38 toneladas de cemento, también cargados a su máxima capacidad. ¿Cuántas toneladas de cemento contiene cada camión cargado a su máxima capacidad?

c) La suma de dos números es 8 y el cuádruple de uno de ellos más el séxtuple del otro es igual a 38. ¿Cuáles son los números?

3. Realiza lo que se pide y contesta.

a) Escribe la o las ecuaciones que representen cada enunciado.

Problema 1: El perímetro de un rectángulo mide 24 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? ______________________

Problema 2: La suma de dos números es 13 y uno de ellos es cuatro unidades mayor que el otro. ¿Cuáles son los números? __________

Problema 3: Pagué $45 por dos tortas y un jugo. ¿Cuánto cuesta una torta? ______________________

Problema 4: El perímetro de un triángulo equilátero mide 27 cm. ¿Cuánto mide el lado del triángulo? ______________________

b) ¿Cuántas incógnitas tienen las ecuaciones en cada caso?

Problema 1: __________ Problema 2: __________

Problema 3: __________ Problema 4: __________

c) ¿En cuáles casos no puedes encontrar la solución sin más información?

____

4. Plantea un sistema de ecuaciones para cada problema.

a) La suma de dos números positivos es 10 y su diferencia es 6. ¿Cuáles son esos dos números?

b) Dos números suman 36 y el primero es igual al doble del segundo. ¿De qué números se trata?

c) Doña Rosa vende artículos de barro. Un cliente le compró dos ollas y tres cazuelas y pagó $294. Otra persona se llevó cinco ollas y cinco cazuelas, del mismo tipo que las anteriores, por $565. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

d) Entre mi abuelo y mi hermano tienen 76 años. Si mi abuelo es 60 años mayor que mi hermano, ¿qué edad tiene cada uno?

Solución gráfica de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas siempre puede representarse gráficamente mediante dos rectas.

Si el sistema de ecuaciones es

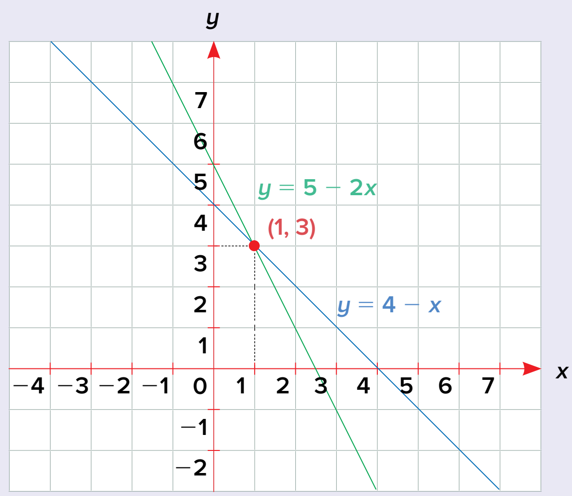
$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$$

Y si las rectas se intersecan en el punto de coordenadas (x, y), entonces la pareja de valores x y y es solución del sistema de ecuaciones.

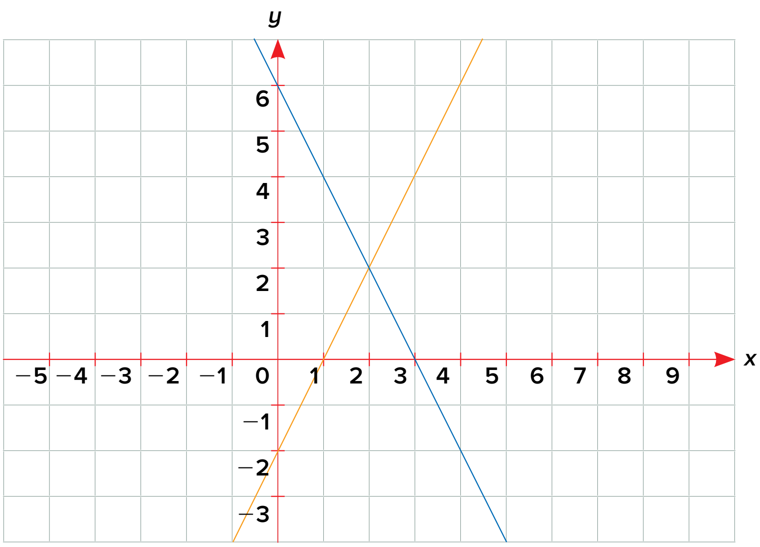
Por ejemplo, la solución del sistema

$$\begin{cases} y = 4 - x \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

es $x = 1$, $y = 3$, pues las rectas se cortan en el punto de coordenadas (1, 3).



1. **Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente a la representación gráfica. Luego contesta.**



Sistema de ecuaciones:

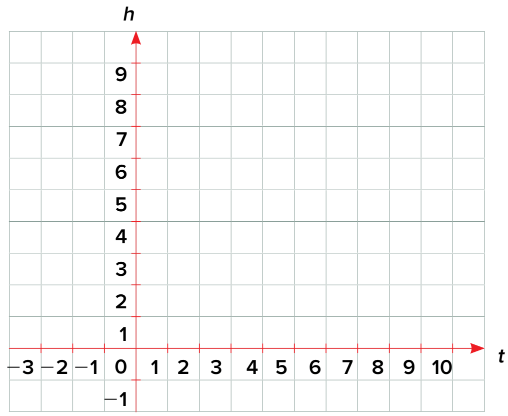
a) ¿Cuál es la solución del sistema? __________

b) Comprueba tus respuestas.

- **Revisa tus respuestas con apoyo de tu profesor y determinen si hay uno o más conceptos que debes repasar para mejorar tu aprendizaje.**

2. **Lee cada problema y plantea un sistema de ecuaciones que lo represente. Luego, elabora gráficamente las ecuaciones en el plano cartesiano y obtén la solución. Comprueba tu respuesta sustituyendo los valores en las ecuaciones.**

a) Un depósito, A, se llena de manera que el nivel del agua sube un metro por minuto. Otro depósito, B, se vacía de forma que el nivel del agua baja un metro por minuto. El llenado y el vaciado de los depósitos comienza al mismo tiempo, cuando el depósito A está vacío y el nivel del agua en el depósito B es de 8 metros. ¿En qué momento los dos depósitos tendrán la misma altura de agua y cuánto tiempo habrá transcurrido?



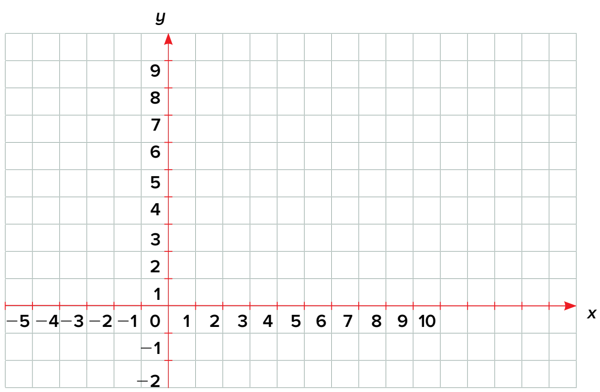
Sistema de ecuaciones:

Solución: ____________________

____

Comprobación:

b) El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y la longitud del lado *y* mide 6 cm más que la del lado *x*. ¿Cuánto mide de largo y de ancho?



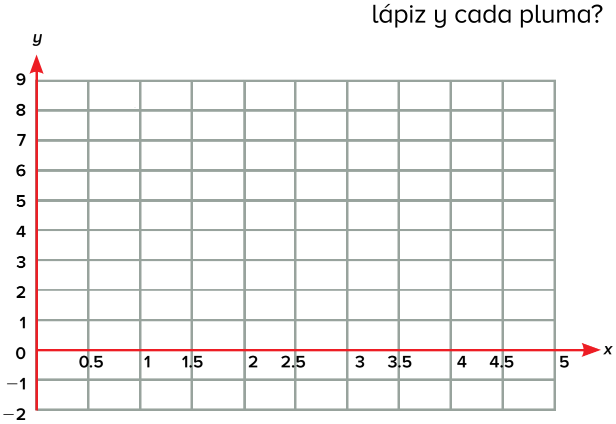
Sistema de ecuaciones:

Solución: ____________________

____

Comprobación:

c) Antonio y Esteban van a la papelería. Antonio paga \$9 por dos lápices y una pluma, Esteban compra tres lápices y una pluma por \$11. ¿Cuánto vale cada lápiz y cada pluma?



Sistema de ecuaciones:

Solución: ____________________

____

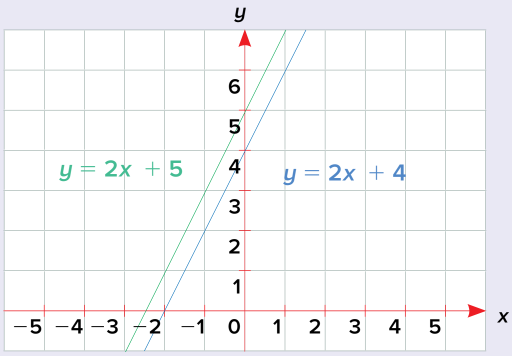
Comprobación:

Sistemas de dos ecuaciones que no tienen solución

Si las rectas correspondientes al sistema de ecuaciones son paralelas con diferente ordenada al origen y no se cortan en algún punto, **el sistema de ecuaciones no tiene solución.** Para saber si las rectas son paralelas, basta verificar que sus pendientes son iguales. Por ejemplo, el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

no tiene solución, pues la pendiente de ambas rectas es $2y$, por tanto, son paralelas.



1. **Representa el sistema de ecuaciones en el plano cartesiano y responde.**

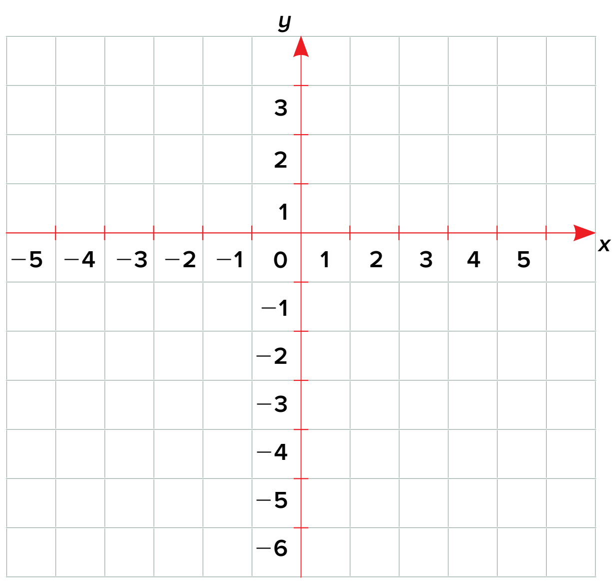
$$\begin{cases} y = 5x - 4 \\ y = 5x - 3 \end{cases}$$

a) ¿Cuál es la pendiente de cada una de las rectas? ____________________

b) ¿Cuál es su ordenada al origen __________
____

c) ¿Hay algún punto que esté en ambas rectas? ______ Explica tu respuesta. ______
____
____
____

d) ¿El sistema de ecuaciones puede tener solución? ______ ¿Por qué? __________
____
____
____



Quiero saber más

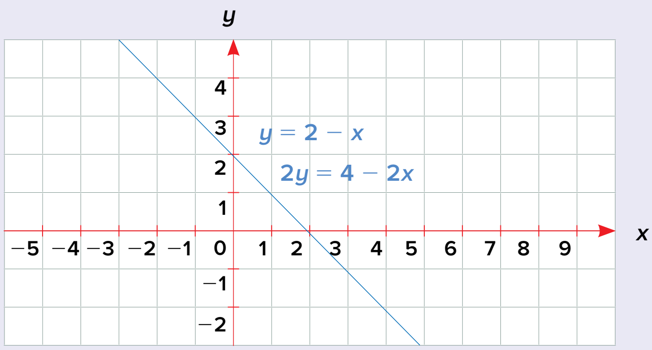
En el siguiente vínculo bit.ly/3SlwBzw encontrarás un video acerca del número de soluciones de un sistema de ecuaciones.

Sistemas de dos ecuaciones que tienen una infinidad de soluciones

Si las rectas correspondientes al sistema de ecuaciones coinciden en la gráfica, **el sistema tiene una infinidad de soluciones**. Para saber si las rectas coinciden, basta con verificar que sus pendientes y sus ordenadas al origen son iguales.

Por ejemplo, el sistema de ecuaciones $\begin{cases} y = 2 - x \\ 2y = 4 - 2x \end{cases}$

tiene una infinidad de soluciones ya que las dos ecuaciones representan a la misma recta.



1. Haz lo que se pide.

a) Escribe las coordenadas de tres puntos que estén sobre la recta correspondiente a la primera ecuación del siguiente sistema: ____________________

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ -2y = 6 - 4x \end{cases}$$

b) ¿Algunas de esas parejas de puntos satisfacen la segunda ecuación?

____

c) ¿Cuál es la pendiente de cada recta? ____________________

d) ¿Cuál es su ordenada al origen? ____________________

e) Grafica las rectas en el plano cartesiano.

f) Escribe las coordenadas de otros tres puntos que estén en ambas rectas.

________________ ¿Estos puntos son solución del sistema? ______

¿Por qué? ________________________________

____

g) ¿Cuántas soluciones piensas que tiene este sistema de ecuaciones? ________

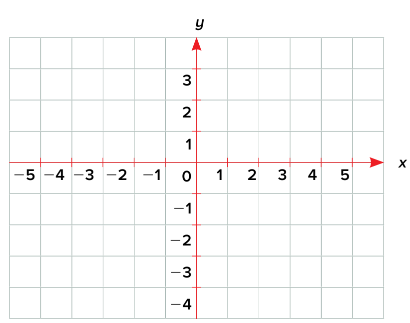
________________ ¿Por qué?

____

____

____

____



Método de sustitución

Un método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituirla en la otra.

Por ejemplo, para resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$

1. Despejamos x en la primera ecuación: $x = 35 - y$.
2. Sustituimos esta expresión en la segunda ecuación: $2(35 - y) + 4y = 94$.
3. Al efectuar las operaciones y agrupar los términos semejantes obtenemos la ecuación: $2y + 70 = 94$, cuya solución es $y = 12$.
4. Por último sustituimos este valor en la primera ecuación: $x + 12 = 35$, de donde concluimos que $x = 23$.

También se puede comenzar despejando primero la incógnita y y sustituirla en la otra ecuación.

A este método de solución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas se le llama **método de sustitución.**

1. Usa el método de sustitución para encontrar la solución de los sistemas. Anota tus operaciones y comprueba que los valores obtenidos son solución del sistema.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$ $x =$ $y =$

Comprobación:

b) $\begin{cases} x + 6y = 8 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases}$ $x =$ $y =$

Comprobación:

Aprende en casa

bit.ly/3d0AERZ

2. Lee los problemas, plantea un sistema de ecuaciones para cada uno y resuélvelo mediante el método de sustitución.

a) Berenice tiene dos cubetas, a una le caben cuatro litros más que a la otra y juntas tienen capacidad para 10 litros. ¿Cuál es la capacidad de cada cubeta?

Sistema de ecuaciones:

Solución: ______

b) Dos números enteros suman 8 y cuatro veces el primero más seis veces el segundo es igual a 54. ¿De qué números se trata?

Sistema de ecuaciones:

Solución: ______

Quiero saber más

En el enlace bit.ly/3PRMwnN podrás practicar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales de dos variables.

Método de igualación

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las incógnitas en ambas ecuaciones e igualar estas últimas.

Así, por ejemplo, para resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

1. Despejamos x en ambas ecuaciones: $\begin{cases} x = \dfrac{7 - 3y}{2} \\ x = 1 + y \end{cases}$

2. Igualamos las expresiones para obtener una ecuación con una sola incógnita:

$$\frac{7 - 3y}{2} = 1 + y$$

3. Resolvemos esta ecuación y obtenemos $y = 1$.
4. Sustituimos este valor en cualquiera de las ecuaciones del sistema, por ejemplo en la segunda, y obtenemos $x = 1 + 1 = 2$. De modo que la pareja de valores $x = 2$, $y = 1$ es la solución del sistema.

A este método de solución se le conoce como **método de igualación**.

Aprende en casa
bit.ly/3zyrO5A

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones con el método de igualación. Comprueba tu respuesta.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 3x + y = 90 \end{cases}$ $x =$ $y =$

Comprobación:

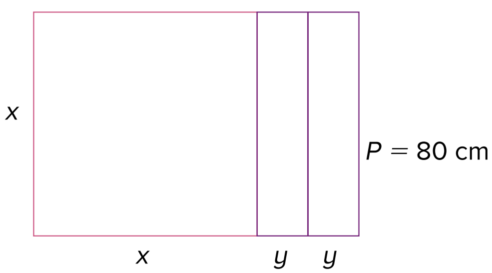
b) $\begin{cases} 4x - y = 15 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$ $x =$ $y =$

Comprobación:

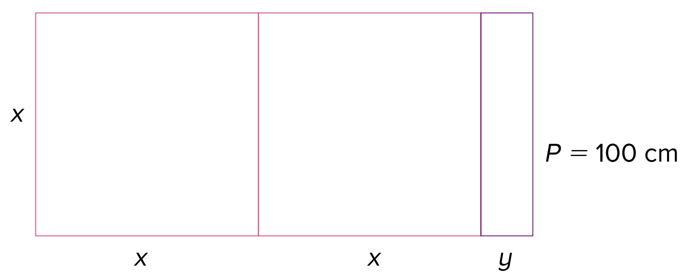
2. Plantea un sistema de ecuaciones para representar las siguientes situaciones y resuelve utilizando el método de igualación.

a) Se tienen dos trozos de cartulina rectangulares con las dimensiones que se muestran en las figuras. Si el perímetro de la primera es de 80 cm y el de la segunda es de 100 cm, ¿cuánto miden la base y la altura de cada una?

Rectángulo 1



Rectángulo 2



Sistema de ecuaciones:

Solución:

Método de suma y resta

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en lo siguiente:

1. Multiplicar cada una de las ecuaciones del sistema por un número que haga que los coeficientes de alguna de las incógnitas sean iguales.
2. Sumar o restar las dos ecuaciones del sistema para obtener una ecuación con una sola incógnita.
3. Resolver esta ecuación y sustituir el valor obtenido en alguna de las ecuaciones del sistema original para encontrar el valor de la otra incógnita.

A este método de solución de un sistema de ecuaciones se le conoce como **método de suma y resta**.

1. **Resuelve los sistemas de ecuaciones utilizando el método que se indica en cada caso. Anota tus operaciones.**

a) Con el método de sustitución

$$\begin{cases} 5x - 6y = -4 \\ -3x + 4y = 0 \end{cases}$$

Solución:

b) Con el método de suma y resta

$$\begin{cases} 6x - 5y = 27 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$$

Solución:

Aprende en casa

bit.ly/3oPNkO6

2. **Plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para cada situación y resuélvelo.**

a) La edad de Mireya es la cuarta parte de la edad de su papá. Dentro de 7 años, será la tercera parte. ¿Qué edades tienen Mireya y su papá?

b) El día del estreno de una película se vendieron 165 boletos (normales y para estudiantes con credencial) y se recaudaron $5 250. Si el boleto normal costó $40 y el de estudiantes con credencial $25, ¿cuántos boletos normales y cuántos para estudiantes con credencial se vendieron?

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 182 a 189 y 192 a 209

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 62 a 71, 138 a 147 y 208 a 221

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 146 a 173

Ficha 6

Proporcionalidad directa e inversa

Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.

Antes de empezar

1. Lee la información y responde.

Para hacer una excursión escolar, se contrata el servicio de un autobús por el que se deben pagar $1600.

a) Se han anotado 28 alumnos para ir a la excursión. ¿Cuánto le toca pagar a cada alumno por el transporte? ______________________

b) ¿Cuánto le tocaría pagar a cada uno si fueran 32 alumnos? __________
¿Y si fueran 40? ______________________

2. Analiza la situación y haz lo que se pide.

Un concurso consiste en sacar seis objetos del fondo de una alberca. Se hacen dos rondas y en cada una se reparten 30 puntos entre los tres concursantes, de acuerdo con el número de objetos que extrajeron. En la siguiente tabla se registra el número de objetos que sacó cada concursante.

	Primera ronda		Segunda ronda	
	Objetos sacados	Puntos	Objetos sacados	Puntos
Juan	2		1	
Pablo	2		2	
Luis	2		3	
Total	6	30	6	30

a) Anota en la tabla el número de puntos que ganó cada concursante por ronda.

b) Una semana después, repitieron el concurso, pero ahora se repartieron 80 puntos entre cuatro concursantes. Nadie sabía cuántos objetos había que sacar de la alberca en cada ronda. En la tabla se registra el número de objetos sacados por los concursantes en cada ronda. Complétala.

	Primera ronda		Segunda ronda	
	Objetos sacados	Puntos	Objetos sacados	Puntos
Andrés	3		6	
Pablo	2		7	
Saúl	5		4	
Arturo	6		3	
Total		80		80

Repaso lo que aprendí

Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar una de ellas por un número, la otra se divide entre el mismo número, y viceversa, si al dividir una de ellas entre un número, la otra se multiplica por el mismo número. Por ejemplo:

Magnitud 1	4	8	12	24
Magnitud 2	6	3	2	1

Si dos magnitudes son inversamente proporcionales, y a un valor x de la primera magnitud le corresponde un valor y de la segunda magnitud, entonces el producto xy es una constante que se conoce como **constante de proporcionalidad inversa**. Esto se puede escribir así:

$$xy = k, \text{ o bien } y = \frac{k}{x} \text{ o } y = k\,\frac{1}{x}$$

1. Lee la información y haz lo que se pide.

Aprende en casa
bit.ly/3JoMRvA

Ricardo quiere saber cuántos galones de pintura debe comprar para pintar 28 muros de 102 m^2 y a cuántos pintores debe contratar, considerando que todos trabajan al mismo ritmo. Sabe que con cuatro galones se pueden pintar 34 m^2 de pared, aplicando dos manos de pintura, y que un solo pintor tardaría 30 días en hacer el trabajo.

a) Escribe los datos faltantes en la tabla.

Galones de pintura	1	2	4	5	7	10	15
Metros cuadrados			34				

b) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de la situación? ______

c) ¿Cuántos galones de pintura se necesitan para pintar 102 m^2 de pared?

______

d) Escribe el procedimiento que seguiste para encontrar la respuesta. ______

______

______

______

e) Completa la tabla suponiendo que todos los pintores trabajan al mismo ritmo.

Número de pintores	1	2	3	4	5	6	7
Días	30						

f) ¿Cuántos pintores que trabajan al mismo ritmo se requieren para hacer el trabajo en tres días? ______

¿Y en dos días? ______

2. **Lee y contesta.**

Una toma de agua con un caudal de 18 litros por minuto tarda ocho horas en llenar una cisterna.

a) ¿El caudal de agua y el tiempo de llenado de la cisterna varían de forma inversamente proporcional? ____ ¿Por qué? ____________________

____

b) Si en otra ocasión la cisterna se llenó en 16 horas, ¿de cuánto era el caudal?

____

c) Si el caudal fuera de 36 litros por minuto, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarse la cisterna? ____________________

3. **Lee los problemas y escribe si las magnitudes involucradas son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos.**

Problema 1. **Luis da 28 pasos de 75 cm para recorrer una distancia. ¿Cuántos pasos deberá dar Ana para recorrer la misma distancia si sus pasos tienen una longitud de 60 cm?**

____

Problema 2. **Un vehículo viaja a una rapidez promedio de 110 km por hora. ¿Qué distancia recorre después de una hora y media de viaje?**

____

Problema 3. **Graciela tomó un taxi en la Ciudad de México para hacer un recorrido de 17.5 km. Si el taxi cobra $1.07 por cada 250 metros recorridos y el banderazo (cobro por abordar el taxi) es de $8.47, ¿cuánto pagó Graciela por su recorrido?**

____

Problema 4. **Un albañil tarda cinco días en construir un muro de 90 m^2. ¿Cuánto tardarán tres albañiles en construir el mismo muro trabajando a igual ritmo que el primero?**

____

4. **Resuelve.**

a) Una cisterna tarda dos horas en llenarse con una llave que vierte 15 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse con tres llaves que vierten la misma cantidad de litros por minuto?

____

b) Un autobús viaja a una rapidez promedio de 90 km por hora y tarda 10 horas en llegar de una ciudad a otra. Si en otra ocasión realiza el viaje en ocho horas, ¿a qué rapidez promedio realizó este viaje?

____

Reparto directamente proporcional

Un **reparto** es **directamente proporcional** cuando se reparte una cantidad *C* en varias partes bajo ciertas condiciones o valores iniciales; cada parte recibe una cantidad directamente proporcional al valor inicial que le corresponde, de acuerdo con la siguiente relación:

$$\frac{\text{Cantidad total a repartir}}{\text{Suma de los valores iniciales}} = \frac{\text{Parte que le corresponde a } x}{\text{Valor inicial correspondiente a } x}$$

Al tratarse de un reparto directamente proporcional, a mayor valor inicial de una parte le corresponde mayor cantidad en el reparto.

El cociente $\frac{\text{Cantidad total a repartir}}{\text{Suma de los valores iniciales}}$ recibe el nombre de **valor unitario**. Representa la parte que corresponde a una unidad de la suma de los valores iniciales.

Por ejemplo, tres personas A, B y C adquieren un terreno de 1200 m². Para comprarlo, A puso $142 500, B dio $228 000 y C aportó $199 500. Se reparten el terreno de forma directamente proporcional a lo que cada uno pagó.

- La cantidad por repartir es 1200 m².
- Las cantidades o valores iniciales son A: $142 500, B: $228 000, C: $199 500.
- La suma de los valores iniciales es $570 000.

Por ser un reparto directamente proporcional, se tiene que

$$\frac{1200}{570\,000} = \frac{\text{(Parte que le corresponde a A)}}{142\,500}$$

Al despejar la parte que le corresponde a A, se tiene:

$$\frac{1200(142\,500)}{570\,000} = 300 \text{ m}^2$$

Hacemos lo mismo para determinar lo que le toca a B:

$$\frac{1200}{570\,000} = \frac{\text{(Parte que le corresponde a B)}}{228\,000}\text{, entonces: } \frac{1200(228\,000)}{570\,000} = 480 \text{ m}^2$$

Y a C le toca:

$$\frac{1200}{570\,000} = \frac{\text{(Parte que le corresponde a C)}}{199\,500}\text{, entonces: } \frac{1200(199\,500)}{570\,000} = 420 \text{ m}^2$$

Comprobamos que la suma de lo que se reparte es igual a la cantidad por repartir: $300 + 480 + 420 = 1200$ m².

Lo anterior es equivalente a multiplicar el valor unitario $\frac{1200}{570\,000}$ por cada una de las condiciones o valores iniciales.

$$\text{A: }\left(\frac{1200}{570\,000}\right)142\,500 = 300; \quad \text{B: }\left(\frac{1200}{570\,000}\right)228\,000 = 480 \quad \text{y} \quad \text{C: }\left(\frac{1200}{570\,000}\right)199\,500 = 420$$

1. Analiza el problema y haz lo que se solicita.

Gabriel, David y Rodrigo hicieron un trabajo por el que recibieron un pago de $2 700. David trabajó seis horas, Gabriel ocho y Rodrigo cuatro. Quieren repartirse el dinero de forma que cada uno reciba la parte correspondiente al número de horas trabajadas.

a) ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

David: ______________________

Gabriel: ______________________

Rodrigo: ______________________

Aprende en casa

bit.ly/3zrhiNk

2. Resuelve los problemas.

a) Sandra, Miguel y Édgar compraron un paquete de historietas con 147 ejemplares. Se los reparten de forma proporcional a la parte que cada uno pagó. Sandra puso $\frac{2}{7}$ partes, Miguel $\frac{1}{7}$ parte y Édgar $\frac{4}{7}$ partes. ¿Cuántas revistas le toca a cada uno?

____

____

Sandra: __________ Édgar: __________ Miguel: __________

b) Rubén, Horacio y Ernesto trabajan en una carpintería. Entregaron un pedido por el que recibieron un pago de $25 800. Se lo van a repartir de acuerdo con el número de horas que cada uno laboró. Rubén trabajó 15 horas, Horacio 20 y Ernesto 25. ¿Cuánto le toca a cada uno?

____

____

Rubén: __________ Horacio: __________ Ernesto: __________

3. Analiza la situación y realiza lo que se solicita.

Karen y Alexis invirtieron sus ahorros en una cuenta bancaria. A un año de la inversión cerraron la cuenta y les regresaron $13 695, lo que incluía las utilidades. Decidieron repartírselo de acuerdo con lo que cada uno puso al abrir la cuenta. Karen aportó $3 750 y Alexis dio $4 550.

a) ¿Cuál es la cantidad total con la que abrieron la cuenta? __________

¿Cuánto les regresaron por cada peso que invirtieron? __________

b) Usa la información del inciso anterior para calcular la cantidad que le corresponde a cada uno.

Karen: ______________________

Alexis: ______________________

4. Analiza el texto y haz lo que se pide.

Se repartieron 700 pasteles en cuatro expendios: A, B, C y D, en partes proporcionales a $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ respectivamente.

a) ¿Cuánto suman las proporciones? __________

b) ¿Cuántos pasteles se entregaron en cada expendio?

A: ______

B: ______

C y D: ______

5. Resuelve los problemas. Desarrolla todos los procedimientos.

a) En un poblado hay tres escuelas. El municipio reparte 1615 cajas de material didáctico de forma proporcional al número de estudiantes de cada escuela. En la escuela A hay 830 alumnos, en la B son 950 y en la C, 1450 educandos. ¿Cuántas cajas se reciben en cada escuela?

A: ______

B: ______

C: ______

b) En una tienda de zapatos hay una promoción: "Llévese dos pares y pague solamente uno". María y Lalo deciden aprovechar la oferta. Los zapatos que escoge María cuestan $350 y los de Lalo, $200. Al final, pagan $350 por ambos pares.

- **¿Cuánto debe poner cada uno si el pago se hace proporcional a lo que cuestan los zapatos que eligieron?** ______
- **¿Cuánto ahorró cada uno?** ______

c) Se repartieron $2 300 entre cuatro hermanos de forma proporcional a sus edades. Al primero le tocaron $900, al segundo $600, al tercero y cuarto, que son gemelos, les tocaron $400. La suma de las edades de los hermanos es 46. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad del hermano mayor: ______

Edad del segundo hermano: ______

Edad de cada gemelo: ______

d) Eli y Olga compraron un billete de lotería que salió premiado con $1 350 000. Se repartirán el premio de acuerdo con lo que aportó cada una al comprar el billete, el cual les costó $3 600. Eli pagó $\frac{1}{3}$ del precio del billete y Olga, $\frac{2}{3}$.

- **¿Cuánto pagó cada una por el billete?** ______
- **¿Qué cantidad del premio le toca a cada una?** ______

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 56 a 67

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 48 a 53, 148 a 153 y 202 a 207

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 82 a 87 y 176 a 183

Quiero saber más

Entra en bit.ly/3PT42YO donde se explica y ejemplifica en qué consiste hacer un reparto proporcional.

Ficha 7

Relaciones proporcionales

Contenidos curriculares indispensables: Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

Antes de empezar

1. Analiza el texto y haz lo que se pide.

Cuando un objeto recorre una distancia a rapidez constante R, la distancia d recorrida es directamente proporcional al tiempo transcurrido t: $d = Rt$.

Cuando la distancia d es la misma (es constante) y se recorre a distinta rapidez, entonces la rapidez es inversamente proporcional al tiempo transcurrido, y podemos calcularla en función del tiempo: $R = \frac{d}{t}$.

Un camión de carga recorrió cierta distancia a una rapidez constante de 75 kilómetros por hora (km/h) en 12 h. Otros vehículos que viajan a rapidez constante recorren la misma distancia en distintos tiempos, los cuales se registran en la tabla.

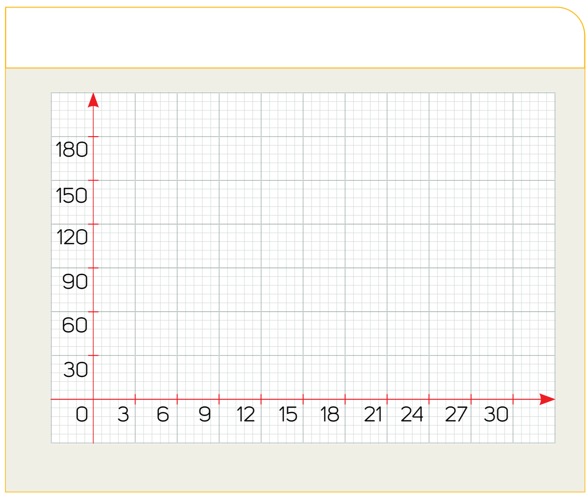
a) Calcula la constante de proporcionalidad $k = d$. ________________

b) Escribe a qué es igual la rapidez R. ________________

c) En la tabla, escribe la rapidez correspondiente a cada tiempo.

d) En el plano, traza la gráfica y escribe el nombre de los ejes y un título.

t (h)	R (km/h)
6	
7.5	
9	
12	75
15	
18	
25	
30	



e) Un cohete recorre la misma distancia con una rapidez mayor a 1 000 km/h. Sin hacer cálculos, estima si tardará más o menos de una hora en hacerlo.

____

f) ¿En qué intervalo de tiempo es mayor la variación de la rapidez: de 6 h a 10 h o de 15 h a 30 h? Responde con apoyo de la gráfica. ________________

Repaso lo que aprendí

Representación gráfica de una relación inversamente proporcional

Una **relación de proporcionalidad inversa** se representa gráficamente en un plano cartesiano mediante **una curva**. Los puntos (x, y) de la gráfica satisfacen la relación $y = \frac{k}{x}$, donde k es la constante de proporcionalidad.

La relación representada por esa gráfica se llama **función de proporcionalidad inversa** y se denota $f(x) = \frac{k}{x}$. Significa que el valor de $y = f(x)$ está en función o depende del valor de x; la expresión "$f(x)$" significa "función de x". A x se le llama **variable independiente** y a y, **variable dependiente**.

1. Lee el texto y haz lo que se pide.

Aprende en casa
bit.ly/3Jpdm45

En el sistema de engranes de una máquina, el movimiento de una rueda provoca el movimiento de las demás. La expresión que representa la relación del número y de vueltas que da una rueda con el número x de engranes que tiene la rueda es:

$$y = \frac{108}{x}$$

a) Completa la tabla.

Número de engranes (x)	4	8	10		20	30
Número de vueltas (y)				6		
(x, y)	A = (4,)	B = (8,)	C = (10,)	D = (, 6)	E = (20,)	F = (30,)

b) Ubica los puntos (x, y) de la tabla anterior en el siguiente plano.
c) Calcula la pendiente de las rectas que pasan por los puntos indicados.

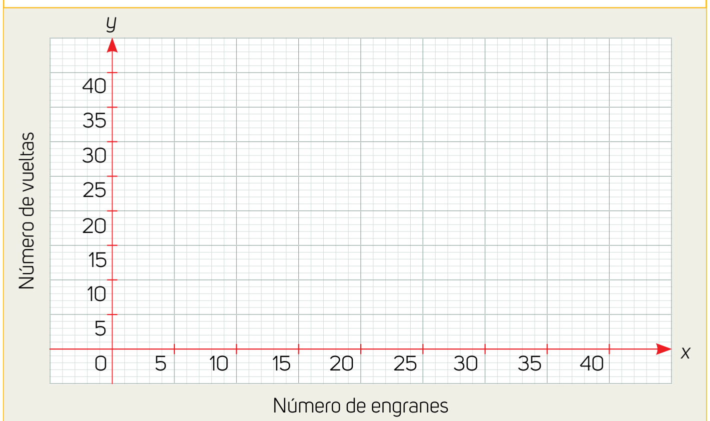
A y B: ____________________

A y C: ____________________

A y D: ____________________

A y E: ____________________

A y F: ____________________



d) En el plano, traza la gráfica que corresponde a la relación entre el número x de engranes que tiene una rueda y el número y de vueltas que da. Agrega el título de la gráfica.

e) Explica cómo son las pendientes que calculaste y cómo se observa eso en la gráfica.

____

____

2. **Realiza lo que se indica considerando la relación cuya expresión es $y = \frac{2}{x}$.**

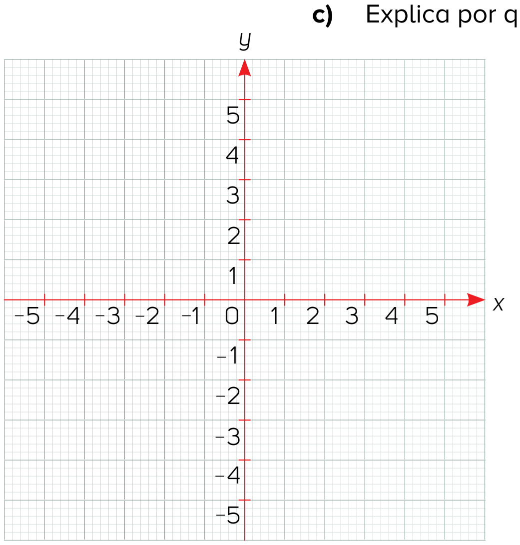
a) Escribe los valores que corresponden a *y* para cada valor de *x* que se da en las tablas.

x	0.4	0.5	0.65	1	2	3	4	5
y								

x	−0.4	−0.5	−0.65	−1	−2	−3	−4	−5
y								

b) Traza la gráfica correspondiente.

c) Explica por qué se trata de una relación inversamente proporcional.



d) Describe la gráfica que trazaste en el primer cuadrante del plano.

3. **Considera ahora la relación $y = \frac{-2}{x}$ y contesta.**

a) Completa la tabla de valores.

x	0.4	0.5	0.65	1	2	3	4	5
y								

x	−0.4	−0.5	−0.65	−1	−2	−3	−4	−5
y								

b) Traza en el plano anterior la gráfica correspondiente.

c) Escribe todas las diferencias y similitudes que encuentres entre esta gráfica y la de la actividad anterior.

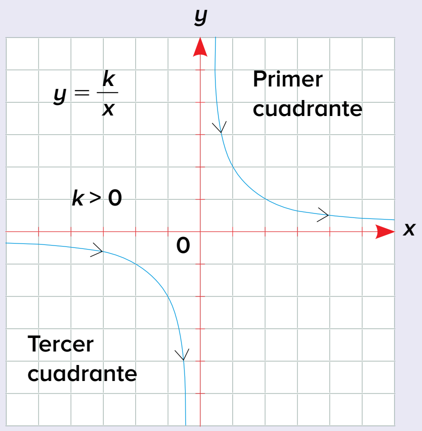
Similitudes:

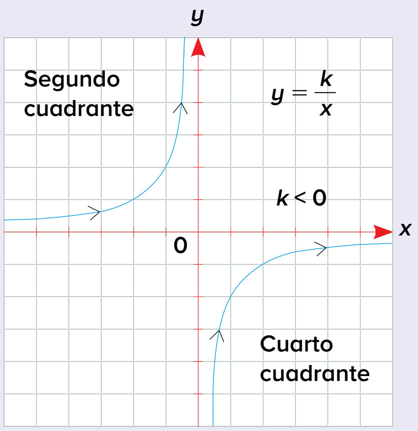
Diferencias:

Características de la gráfica de una relación de proporcionalidad inversa

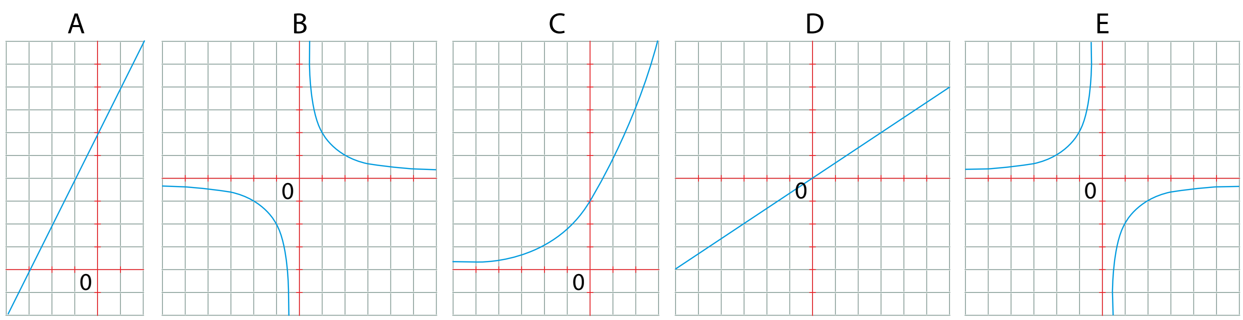
En una gráfica de proporcionalidad inversa, donde $y = \frac{k}{x}$:

- El producto de las coordenadas de cada punto es la constante de proporcionalidad k.
- La curva tiene dos ramas. Cuando $k > 0$, una rama está en el primer cuadrante y la otra en el tercero; y si $k < 0$, una rama está en el segundo cuadrante y la otra en el cuarto.
- Si $k > 0$, la gráfica es **decreciente** ya que conforme crecen los valores de x, los de y decrecen. Y para $k < 0$, la gráfica es **creciente**, al crecer los valores de x, los de y también crecen.
- La gráfica se acerca a los ejes coordenados, pero no los atraviesa.





1. **Determina cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una relación de proporcionalidad directa, a una de proporcionalidad inversa, a una variación lineal o a ninguno de los tres tipos de relación.**



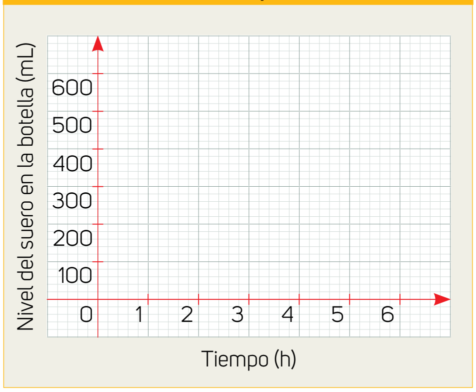
Quiero saber más

Ingresa al sitio bit.ly/3cRPXvX selecciona “Regla de tres inversa”, en “Proporcionalidad inversa”. En la página que se abre, analiza la información y el problema planteado, además de su solución. ¿Por qué la relación entre las magnitudes es inversamente proporcional?

2. **Analiza la situación y haz lo que se indica.**

En un hospital se coloca suero por vía intravenosa a un paciente. Después de una hora, el nivel del suero en la botella estaba en 600 mL, y cuando habían transcurrido cuatro horas, estaba en 150 mL.

Nivel de suero en la botella en relación con el tiempo transcurrido



a) ¿La relación entre el número x de horas transcurridas y el nivel y del suero en la botella es inversamente proporcional?

_______________ ¿Por qué?

____

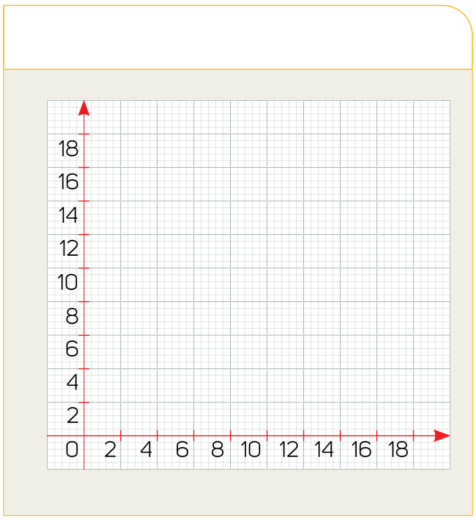
____

____

b) Traza la gráfica que representa la relación.

c) Si la botella se retiró del paciente cuando el nivel del suero llegó a 120 mL, ¿durante cuántas horas recibió la sustancia?

____



3. **Analiza el problema y responde.**

En un deportivo, cuatro llaves tardan 12 horas en llenar una alberca. Si todas las llaves arrojan la misma cantidad de agua, ¿cuánto tiempo tardan en llenar la alberca siete llaves?

____

a) ¿Qué tipo de relación hay entre el número de llaves y el tiempo que tardan en llenar el depósito? _______________

____

____

b) Anota la expresión que describe esta relación. _______________

____

c) Traza la gráfica que corresponde y ubica el punto cuyas coordenadas solucionan el problema. Agrega un título a la gráfica.

Quiero saber más

Usa este recurso bit.ly/3SlBCZa para observar lo que ocurre al modificar el valor de una variable inversamente proporcional a otra.

Identificación de una relación de proporcionalidad inversa

La relación entre magnitudes inversamente proporcionales se utiliza para modelar fenómenos de la física y otras ciencias, así como en distintos contextos sociales, económicos y empresariales.

Para identificar si un problema planteado en cualquier contexto corresponde o no a una relación de proporcionalidad inversa, puedes hacer lo siguiente:

1. Analiza el enunciado hasta que lo tengas totalmente claro.
2. Identifica las magnitudes involucradas.
3. Registra los datos proporcionados.
4. Verifica si se cumple que el producto de las magnitudes es constante; si se trata de una gráfica, revisa si el producto de los valores de las coordenadas de los puntos es constante.

1. Lee y contesta.

Aprende en casa

bit.ly/3zRA4yF

La presión es la fuerza que ejercen un gas, un líquido o un sólido sobre una superficie. En el caso de un gas encerrado en un recipiente, la presión es la fuerza que ejercen las partículas del gas sobre las paredes del recipiente. En ciertas condiciones, al mantener fija la cantidad de gas (el número de partículas del gas) y a una temperatura constante, la presión del gas depende solo del volumen del recipiente.

Si el volumen aumenta, las partículas se separan más entre sí y la presión que ejerce el gas disminuye. La ley de Boyle establece que, en estas condiciones, la presión que ejerce el gas es inversamente proporcional al volumen del recipiente en que se encuentra. La presión se mide en atmósferas (atm) y el volumen de un recipiente se mide en decímetros cúbicos (dm^3), lo que equivale a medirlo en litros, pues 1 dm^3 es equivalente a 1 L.

P es inversamente proporcional a V; así, $PV = k$.

En la siguiente tabla se dan los datos obtenidos en un experimento en el que se midió la presión P que ejerce un gas en recipientes con distinto volumen.

V (L)	6	8	12	16	24
P (atm)	20	15	10	7.5	5

a) ¿Cuál es la presión del gas en un recipiente de 10 L? ______________.

b) ¿Cuál es la presión del gas en un recipiente de 20 L? ______________

¿Y en un recipiente de 30 L? ______________

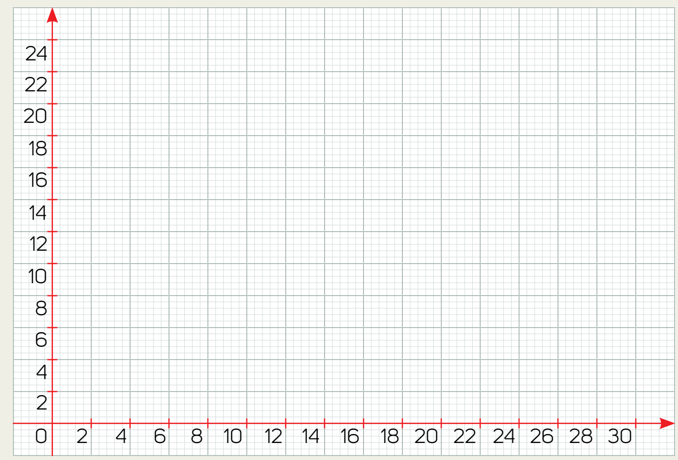
c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? ______________

d) Completa la expresión algebraica que permite calcular la presión P conociendo el volumen V: $P =$ ______________

e) ¿Cuál debe ser el volumen de un recipiente para que la presión sea de 8 atm? ______________

____

f) Traza la gráfica correspondiente, escribe el nombre de los ejes y un título.



g) Un laboratorista analizó el comportamiento de la presión en recipientes que van de 6 L a 15 L. Otro laboratorista lo hizo con recipientes que van de 20 L a 30 L. Después, los laboratoristas compararon cómo disminuía la presión del gas.

¿En cuál de los dos casos fue más rápido el decrecimiento: en los recipientes de 6 L a 15 L o en los de 20 L a 30 L? ______________________

2. Lee el texto y responde.

La máquina de un tren con 12 vagones alcanza, en promedio, una rapidez de 87.5 km/h, pero cuando a la misma máquina le colocan 15 vagones su rapidez promedio es de 70 km/h.

a) ¿Cuáles son las magnitudes involucradas en el planteamiento del problema?

____

b) ¿La relación entre las magnitudes es directamente proporcional? ________

¿Por qué? ______________________________________

____

c) ¿Es una relación de proporcionalidad inversa? ____________ ¿Por qué?

____

d) ¿Qué rapidez promedio alcanza la misma máquina con 25 vagones?

____

3. Lee el texto y haz lo que se indica.

El dueño de una fábrica de utensilios de cocina determina, cada trimestre, el gasto de producción de cada uno de sus artículos de la siguiente manera: multiplica el número total de piezas producidas de un mismo artículo por lo que le costó producir cada pieza (lo que llama *costo unitario*).

En la tabla se muestran las variaciones trimestrales del costo unitario de un artículo y el número total de piezas producidas de este.

Trimestre	1	2	3	4
Total de piezas producidas	500	160		400
Costo unitario ($)	16		25	

a) ¿Cuál fue la cantidad de gastos de producción del artículo durante cada trimestre? ______________________

b) Completa la tabla anterior.

c) Si aumenta el número de piezas producidas, ¿qué pasa con el costo unitario?

____

d) El fabricante planea mantener sus gastos de producción en la misma cantidad, pero quiere que el costo unitario sea mayor a $18.45 y menor que $18.55. Para que esto ocurra, ¿cuántas piezas tendrá que producir el fabricante?

____

____

4. Analiza los problemas y haz lo que se pide.

a) Un ciclista hace un trayecto de cierta cantidad de metros en 30 segundos manteniendo una rapidez constante de 20 m/s, pero si se traslada a una rapidez constante de 12 m/s, abarca la misma distancia en 50 segundos. ¿Con qué rapidez viaja el ciclista si recorre la misma distancia en 7.5 segundos?

____

____

b) En un laboratorio se necesitan envasar 800 L de una sustancia. Se tienen recipientes con distintas capacidades. Para su almacenaje se requiere que los 800 L queden en envases con la misma cantidad de litros.

- **¿Cuál expresión relaciona el número *n* de envases que se necesitan para envasar los 800 L con su capacidad en litros?** ______________________

  ____

- **¿Cuántos recipientes de 10 L se necesitan para envasar los 800 L?** ______________________. ¿Cuántos de 20 L? ______________________.
- **Si queremos usar un menor número de recipientes, ¿el volumen debe ser mayor o menor de 10 L?** ______________________

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 210 a 223

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 72 a 77 y 222 a 225

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 208 a 221

Ficha 8

Ángulos de polígonos

Contenido curricular indispensable: Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.

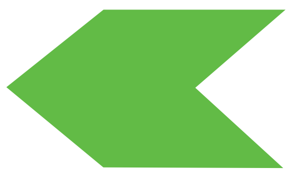
Antes de empezar

1. **Observa el ejemplo y traza las diagonales de los polígonos.**

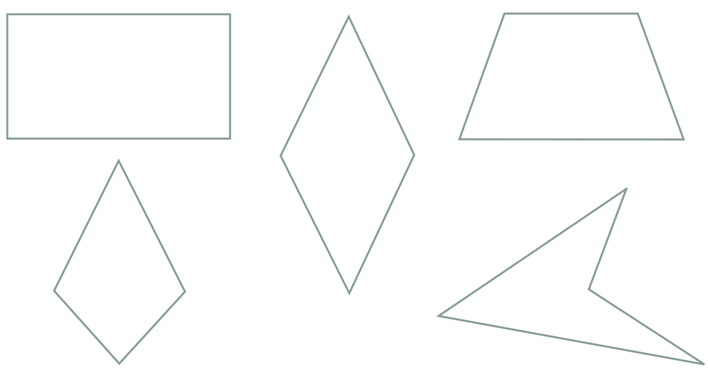
a) ¿Cómo definirías la diagonal de un polígono? ______________________

____

b) Une los vértices no consecutivos del hexágono.



2. **Traza todas las diagonales de los cuadriláteros.**



a) ¿Todos los cuadriláteros tienen el mismo número de diagonales? ________
En caso afirmativo, ¿cuántas diagonales tienen? ______________

b) ¿Todas las diagonales dividen a los cuadriláteros en dos partes iguales? _____
¿En cuáles casos sí y en cuáles no? ______________________

____

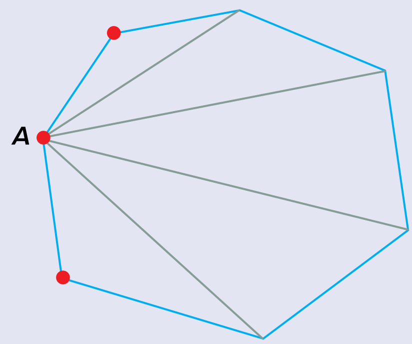
c) ¿Todas las diagonales están contenidas en el interior del cuadrilátero? ______
Si tu respuesta es no, ¿en cuál o cuáles de los cuadriláteros no se cumple esta condición? ______________________

Repaso lo que aprendí

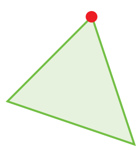
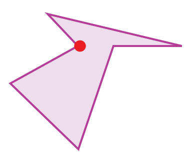
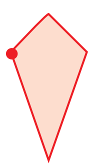
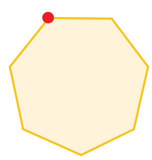
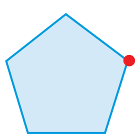
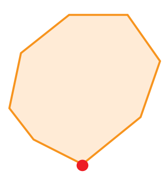
Número de diagonales que parten de un vértice

Se le llama **diagonal** al segmento de recta que une dos vértices no consecutivos de un polígono. En un polígono de n lados, el número de diagonales que parten de un vértice es $n - 3$.

Por ejemplo, si el polígono tiene siete lados, también tiene siete vértices, dos de los cuales son consecutivos al vértice desde el que parten las diagonales, y como no existe una diagonal de un vértice hacia él mismo ni a los vértices consecutivos, quedan 7 – 3 = 4 vértices hacia los cuales trazar diagonales.



1. En cada polígono traza todas las diagonales a partir del vértice indicado y completa la tabla.

Figura	Número de lados de la figura	Número de diagonales a partir del vértice	Figura	Número de lados de la figura	Número de diagonales a partir del vértice
					
					
					

a) ¿Qué relación hay entre el número de lados de una figura y el número de diagonales que se pueden trazar a partir de uno de sus vértices? ____________

____

b) ¿Por qué el número de lados no coincide con el número de diagonales? ________

____

c) ¿Qué expresión algebraica permite calcular el total de diagonales que se pueden trazar en un polígono a partir de un vértice? ____________________

Número total de diagonales de un polígono

El **número total de diagonales de un polígono** de n lados es:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

Al multiplicar el número de vértices por el número de diagonales que parten de él, se obtiene $n(n-3)$, pero aquí se está contando dos veces cada diagonal; por ejemplo, la diagonal AB se cuenta entre las que parten de A y también entre las que parten de B. Por lo que el producto anterior se divide entre 2.

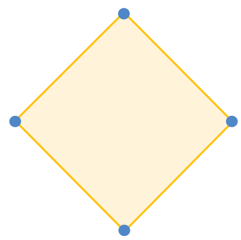
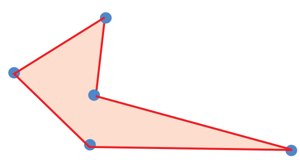
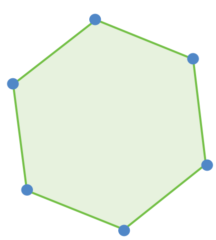
Así, el número total de diagonales de un polígono de 11 lados es:

$$\frac{11(11-3)}{2} = \frac{11 \times 8}{2} = \frac{88}{2} = 44$$

Aprende en casa

bit.ly/3zR6fOI

1. **En cada polígono traza sus diagonales y completa la tabla.**

Figura	Número de lados	Total de diagonales
		
		
		

a) ¿Cuántas diagonales tiene un polígono con 21 lados? ____________

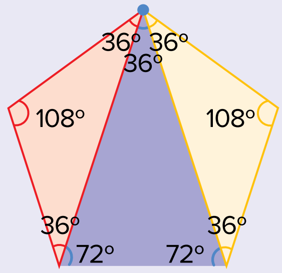
b) ¿Qué figura tiene 20 diagonales en total? ____________

Quiero saber más

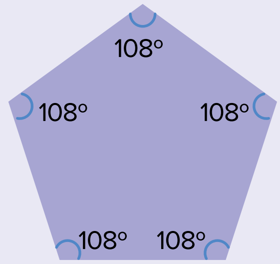
Entra en el sitio bit.ly/3BtZ14C interactúa con la actividad y contesta las preguntas.

Suma de los ángulos interiores de un polígono

El número de triángulos en que se divide un polígono al trazar las diagonales desde uno de sus vértices es igual al número de lados del polígono menos 2. Por ejemplo, al trazar las diagonales en un pentágono se forman 3 triángulos. Algebraicamente se puede representar como $n - 2$, donde n es el número de lados del polígono.



Dado que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, al multiplicar por 180° los 3 triángulos que se forman, se obtiene la suma de los ángulos interiores del pentágono.



Usando la expresión algebraica anterior, tenemos que la **suma de los ángulos interiores de un polígono de *n* lados** se puede calcular mediante la expresión $(n - 2)180°$.

Para el caso del pentágono se tiene que:

$$180°(5 - 2) = 180°(3) = 540°$$

Aprende en casa

bit.ly/3zrqBNb

1. Responde.

a) ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un polígono de 12 lados? ________

b) ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un polígono de 17 lados? ________

c) ¿Cuántos lados tiene el polígono P si la suma de sus ángulos interiores es igual a 1620°? ________________________________

2. Lee las preguntas y contesta.

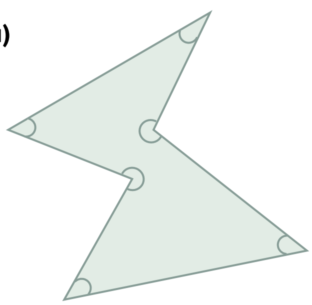
a) ¿Cuánto mide cada ángulo interior de un polígono regular de 7 lados? ________

b) ¿Cuánto mide cada ángulo interior de un polígono regular de 10 lados? ________

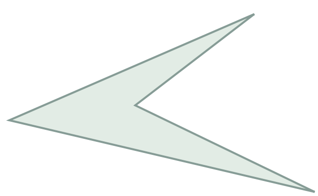
c) Si se sabe que los ángulos interiores de un polígono regular miden 135°, ¿cuántos lados tiene el polígono? ________________________________

3. Calcula la suma de los ángulos interiores de los polígonos.

a)



b)

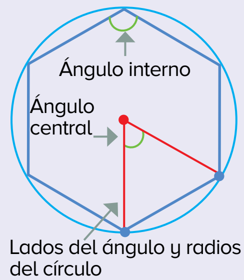


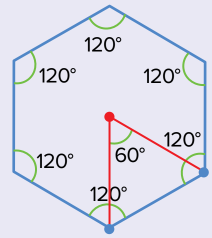
Quiero saber más

Entra en el sitio bit.ly/3JrtH8r en el que encontrarás un video referente a la suma de los ángulos interiores de triángulos.

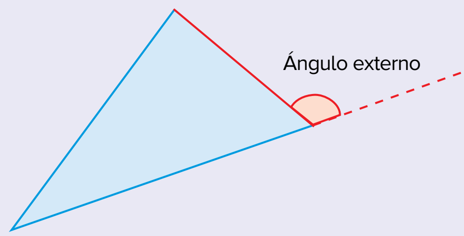
Ángulo central y ángulo externo

El **ángulo central** de un polígono regular es aquel que tiene su vértice en el centro del polígono y sus lados tocan los vértices consecutivos de la figura. En un círculo, los lados del ángulo son los radios del círculo.





El **ángulo externo** de un polígono es el que se forma mediante la prolongación de uno de sus lados y el lado adyacente. En la imagen, la prolongación del lado del triángulo se representa con una línea punteada, y el lado adyacente, con un segmento del mismo color. Ambos segmentos forman el ángulo externo del triángulo.



1. **Calcula la medida del ángulo central y la del ángulo externo que se indican en las figuras A y B. Completa la tabla.**

Figura A

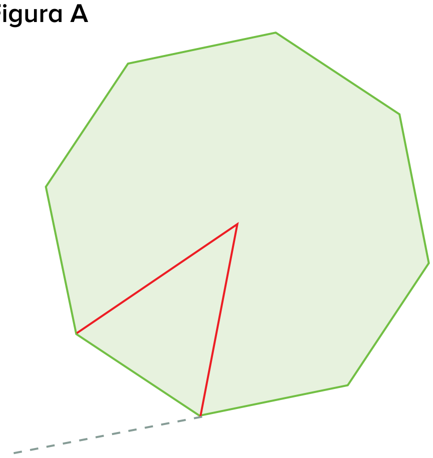


Figura B

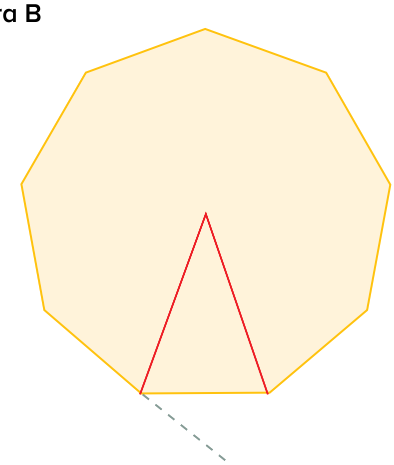


Figura	Medida del ángulo central	Medida del ángulo externo
A		
B		

a) ¿Cuántos ángulos externos tiene la figura A? ____________________

¿Cuántos ángulos interiores tiene la figura B? ____________________

b) ¿Cómo es la medida del ángulo central con respecto al ángulo externo?

____

c) ¿Se cumplirá esta característica en otros polígonos regulares? ____________

Trazar polígonos

Los polígonos se forman a partir de diferentes condiciones dadas: lados, apotema, alturas, radios, etcétera. Para trazar algunos de ellos es suficiente conocer algunos de los datos mencionados.

Aprende en casa

bit.ly/3OYLrJn

1. Traza una figura de acuerdo con las condiciones.

a) Traza un segmento *AB* de 3.5 cm de longitud. En el extremo *B* traza una recta que forme un ángulo de 108° con el segmento *AB*.

b) Copia la distancia *AB* sobre la recta; lleva *C* al otro extremo del nuevo segmento.

c) Repite este procedimiento sobre el segmento *BC* para obtener el punto *D* y sobre el segmento *CD* para obtener el punto *E*.

d) Une *E* con *A*. ¿Es regular este pentágono? __________ ¿Por qué? ______________

____

e) Ahora prolonga el lado *AB* del pentágono. ¿Cuál es la medida del ángulo formado por el lado *BC* con la prolongación del lado *AB*? __________ ¿Cuánto suman la medida del ángulo interior con la medida del nuevo ángulo? __________

f) ¿Podrías construir el pentágono usando la medida del ángulo que forma la prolongación de un lado con el lado adyacente? Escribe cómo lo harías.

____

____

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 68 a 83 y 140 a 151

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 78 a 95 y 170 a 173

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 62 a 77

Ficha

9

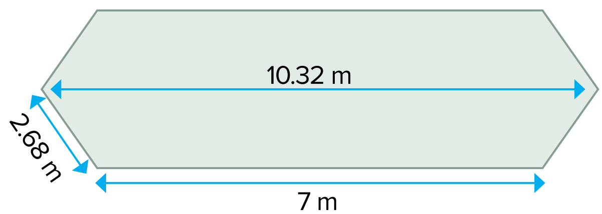
Polígonos regulares y el círculo

Contenido curricular indispensable: Calcula el perímetro y área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.

Antes de empezar

1. Lee la situación y haz lo que se pide.

A don Manuel le pidieron colocar mosaico en el piso de una fuente como la de la imagen. Para hacer el presupuesto, necesita calcular cuántos metros cuadrados de mosaico debe comprar, pero no se le ocurre cómo hacerlo.



Federico, uno de sus hijos, le propuso que dividiera la superficie en figuras cuyas áreas fueran más fáciles de calcular

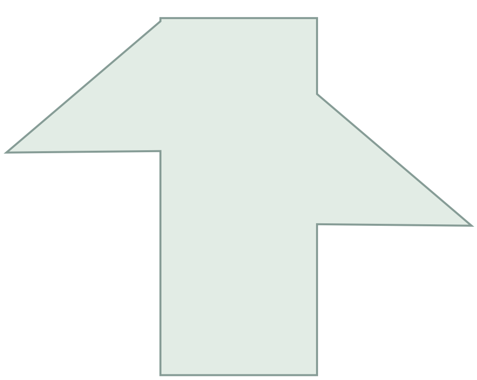
a) ¿Piensas que es adecuada la recomendación de Federico? ______________
En caso afirmativo, sobre la imagen de la fuente traza las líneas que consideres necesarias para dividirla.

b) ¿En cuántas piezas quedó dividida tu figura? ______________

c) ¿Cómo se calcula el área de las figuras que encontraste? ______________

d) ¿Qué otros datos necesitas para calcular el área de esas figuras? ______________
____

e) Si el ancho de la fuente mide 4.21 m, ¿cuántos metros cuadrados de mosaico necesita comprar don Manuel? ______________



2. Analiza la figura y contesta.

a) ¿Puedes usar alguna de las fórmulas que conoces para calcular el área de la figura? Argumenta tu respuesta.
____

b) Si respondiste que no, ¿qué procedimiento aplicarías para obtener el área total de la figura? ______________
____

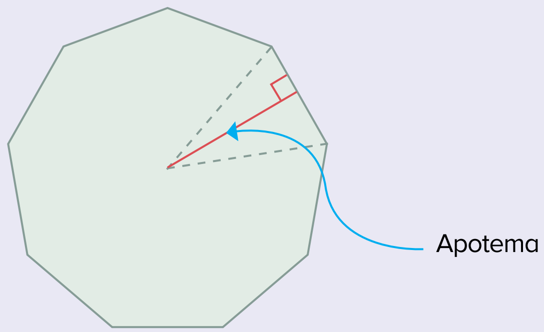
c) Usa tu procedimiento para determinar algebraicamente el área de la figura. ______________

d) Asigna valores a los lados de la figura y comprueba si tu procedimiento es correcto no.

Apotema y área de un polígono regular

El segmento perpendicular que une el centro de un polígono regular con un lado se llama **apotema**.

Observa que la apotema es precisamente la altura de los triángulos en los que se divide al polígono uniendo el centro con los vértices.



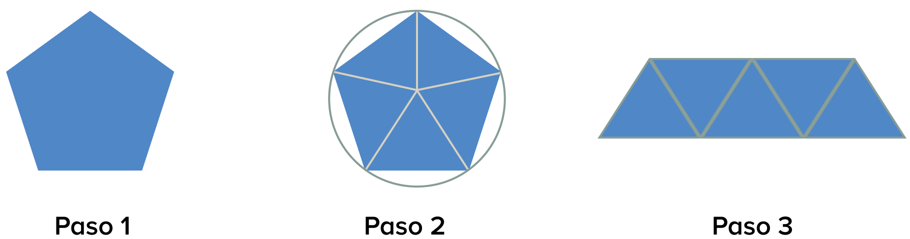
Como el **área de un polígono regular** de n lados es igual a la suma de las áreas de los n triángulos en los que se divide desde el centro, si el lado del polígono regular mide b unidades y la apotema mide a unidades, entonces:

$$\text{Área} = n\left(\frac{ba}{2}\right) = \frac{nba}{2}$$

Y como el perímetro del polígono es precisamente nb (n veces la longitud del lado), entonces:

$$\text{Área de un polígono regular de } n \text{ lados} = nb\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

1. Observa los pasos que se ilustran y haz lo que se pide.



a) Describe el procedimiento que se sigue en la ilustración. ______________________

____

____

____

____

b) ¿Cómo se llama el cuadrilátero que se forma con el pentágono?

____

____

____

Aprende en casa

bit.ly/3BxVVfW

2. **Haz lo que se pide.**

a) Resalta con un color la base del triángulo que se encuentra dentro del pentágono y asígnale una variable. Haz lo mismo con la altura del triángulo

Figura 1

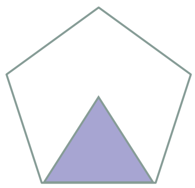
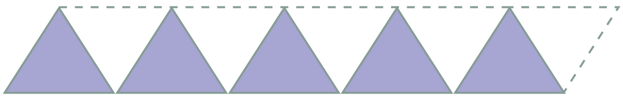


Figura 2



b) ¿Qué variable usaste para la base? ______

¿Y para la altura? ______

c) ¿Qué representa la figura 2? ______

3. **Remarca en la figura 2 la base y la altura de los triángulos.**

a) Al marcar con líneas punteadas la figura 2, como se muestra en la imagen, ¿qué figura se forma? ______

b) ¿Qué fórmula te permite calcular el área del pentágono tomando como base los triángulos que se forman dentro de él? ______

c) ¿Qué fórmula te permite calcular el área de la figura 2? ______

______

d) ¿Qué diferencias hay entre las fórmulas? Argumenta tu respuesta. ______

______

4. **En la figura 1, toma como centro el vértice que representa el punto más alto de la altura del triángulo. Abre tu compás hasta uno de los vértices del pentágono y traza un círculo.**

a) ¿El círculo toca todos los vértices del pentágono? ______

b) ¿Qué representa la altura del triángulo en el pentágono? ______

c) Escribe la fórmula que te permite calcular el área de un pentágono? ______

______

d) Asigna valores a las medidas que necesitas para calcular el área del pentágono usando las tres fórmulas encontradas. ¿Qué diferencia hay entre las tres fórmulas? ______

______

______

______

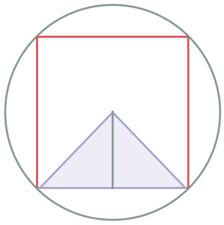
______

______

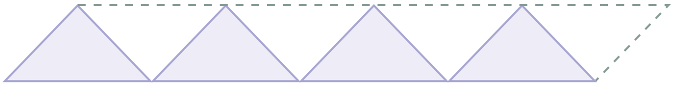
______

5. **Asigna valores a las medidas de cada figura. Para los paralelogramos, toma en cuenta el complemento de la línea punteada.**

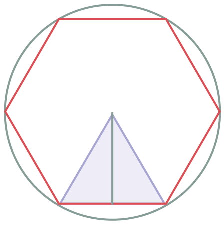
a)



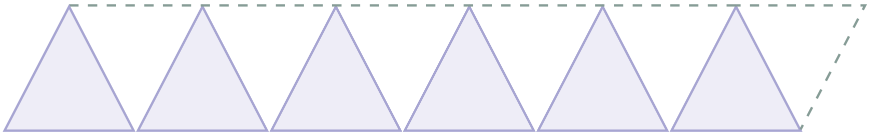
- Perímetro del triángulo: ______
- Apotema del triángulo: ______
- Área: ______
- Base del paralelogramo: ______
- Altura del paralelogramo: ______
- Área: ______



b)



- Perímetro del triángulo: ______
- Apotema del triángulo: ______
- Área: ______
- Base del paralelogramo: ______
- Altura del paralelogramo: ______
- Área: ______



Quiero saber más

Entra al sitio bit.ly/3zicFVK, ve el video y con la información que se proporciona complementarás lo repasado hasta ahora.

Área del círculo

El **área de un círculo** de radio r se obtiene al multiplicar el perímetro del círculo por la longitud del radio y dividir el resultado entre 2:

$$\text{Área del círculo} = \frac{\text{perímetro} \times \text{radio}}{2}$$

Como el perímetro de la circunferencia es $\pi \times$ diámetro o bien $\pi \times 2r$, entonces:

$$\text{Área del círculo} = \frac{\pi \times 2r \times r}{2} = \pi r^2$$

Aprende en casa

bit.ly/3Sm5jJl

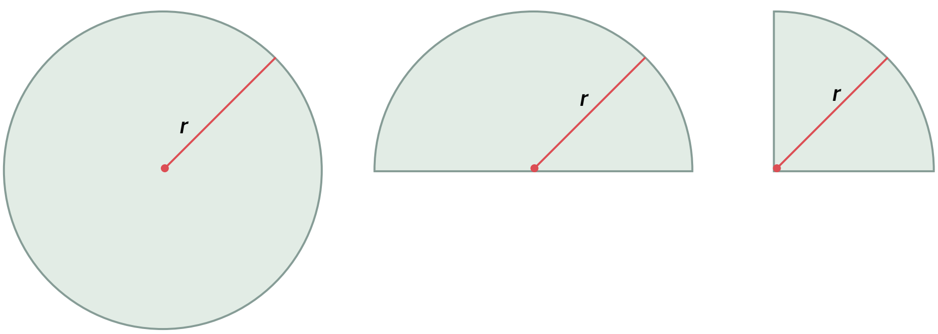
1. Calcula el área de los círculos. Considera 3.14 como aproximación al valor de π.

a) Un círculo de 6 cm de radio. ______

b) Un círculo de 4 cm de diámetro. ______

c) Si el área de un círculo mide 3.14 cm^2, ¿cuánto mide su diámetro? ______

2. Analiza las figuras y responde.



a) Si $r = 3$ cm, ¿cuánto mide el área del círculo? Usa 3.14 como aproximación al valor de π. ______

b) ¿Cuánto medirá el área del semicírculo? ______

¿Y la del cuarto de círculo? ______

c) Escribe una expresión algebraica para representar el área del semicírculo y del cuarto de círculo para cualquier valor de r. ______

______

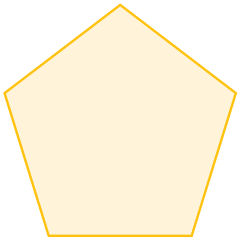
d) Escribe una expresión algebraica para representar el perímetro de semicírculo y del cuarto de círculo para cualquier valor de r. ______

______

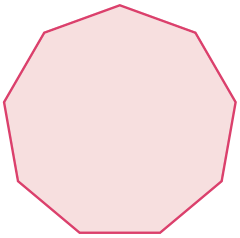
Quiero saber más

Entra al sitio bit.ly/3Qe8bGE y resuelve el problema planteado. Escribe la estrategia que seguiste. Al terminar, presiona la flecha con dirección a la derecha y resuelve de nuevo el problema.

3. **Observa los polígonos y contesta lo que se pide.**



Perímetro = 15.62 cm



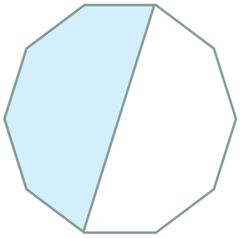
Perímetro = 16.85 cm

a) Si la apotema del pentágono mide 2.15 cm, ¿cuánto mide su área?________

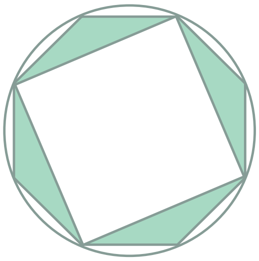
b) Si el área del polígono de 9 lados mide 21.68 cm^2, ¿cuánto mide su apotema? ____________________________

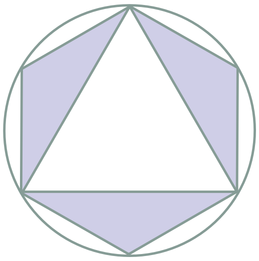
c) El área de un octágono regular mide 55.59 cm^2. Si su apotema mide 4.1 cm, ¿cuánto mide el lado del octágono? ____________________

d) Calcula el perímetro de la región azul, sabiendo que el perímetro del decágono regular mide 19.8 cm y el radio de la circunferencia en la que se encuentra inscrito mide 3.2 cm. ____________________



4. **Calcula el área de las regiones coloreadas.**





a) El lado del cuadrado mide 4.57 cm. El lado del octágono mide 2.47 cm y su apotema mide 2.99 cm. ____________________

b) El lado del triángulo mide 5.6 cm y su altura mide 4.85 cm. El lado del hexágono mide 3.23 cm y su apotema mide 2.8 cm? ______________

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 152 a 165

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 166 a 169 y 226 a 233

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 136 a 143

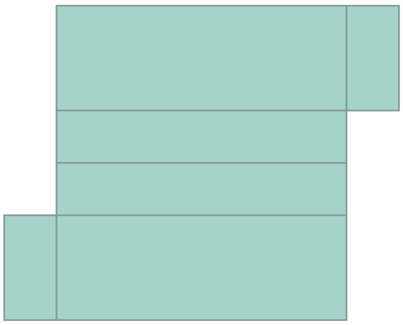
Ficha 10

Prismas y cilindros

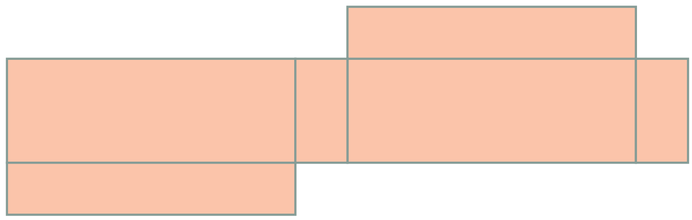
Contenido curricular indispensable: Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Antes de empezar

1. Analiza los desarrollos planos y responde.



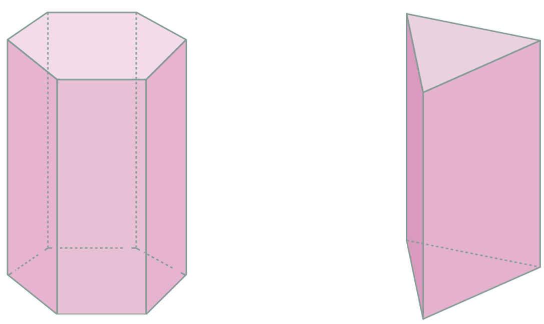
Desarrollo plano 1



Desarrollo plano 2

- ¿Con cuál de estos desarrollos planos no se puede construir un prisma rectangular? ______________________ ¿Por qué? ______________
____

2. Considera los prismas siguientes y responde.



a) Si los dos prismas tienen la misma altura *h*, ¿cuál de ellos consideras que tiene mayor volumen? ______________________________________

b) ¿Qué datos adicionales necesitarías para comprobar tu respuesta? ________
____

c) Si el perímetro del triángulo mide 5.2 cm y su apotema mide 0.5 cm, ¿cuál es el volumen del prisma triangular? ____________________________

d) Si el perímetro del hexágono es de 6 cm y su apotema mide 0.87 cm, ¿cuál es el volumen del prisma hexagonal? ____________________________

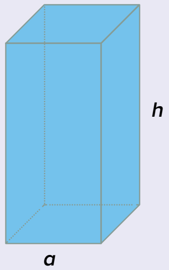
Repaso lo que aprendí

Desarrollo plano de un prisma

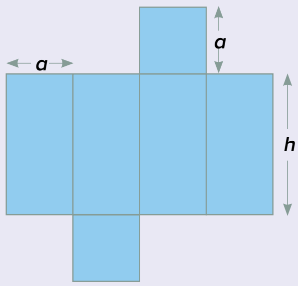
Al esquema que nos permite construir un prisma cortando por los bordes y doblando las aristas internas se le llama **desarrollo plano** del prisma.

Puede haber muchos desarrollos planos de un mismo prisma, pero algunos son más fáciles de armar que otros.

Por ejemplo, un desarrollo plano para un prisma cuadrangular es el siguiente:



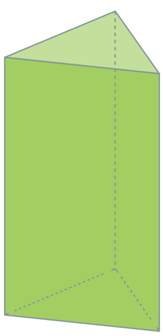
Prisma cuadrangular



Desarrollo plano

1. Haz lo que se pide.

La base de un prisma triangular es un triángulo equilátero, sus lados miden 1.5 cm de longitud y tiene una altura de 3 cm.



a) ¿Cuántos triángulos debe tener el desarrollo plano del prisma? ______________________

b) ¿Cuántos rectángulos debe contener el desarrollo plano del prisma? ______________________

¿Cuáles son las longitudes de sus lados?

____

c) Traza el desarrollo plano del prisma en el recuadro.

d) Si la base del prisma triangular fuera un triángulo escaleno con lados de 3, 4 y 5 cm de longitud respectivamente, ¿cuántos rectángulos debería tener el desarrollo plano del prisma? ______________________

¿Serían iguales los rectángulos? ______________________

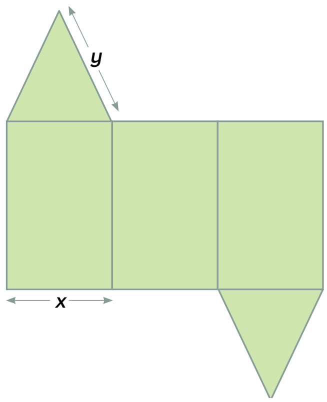
¿Cuáles deben ser las longitudes de los rectángulos si la altura del prisma mide 8 cm? ______________________

____

____

____

____



2. **¿Por qué el esquema de la derecha no es el desarrollo plano de un prisma triangular?**

____

____

____

____

____

____

Volumen de un prisma poligonal

El volumen de cualquier prisma poligonal se calcula multiplicando el área de la base por la altura:

$$V = \text{Área de la base} \times \text{altura} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2} \times \text{altura}$$

Si la base del prisma es un polígono regular con n lados de longitud b, apotema a y altura h, el volumen es igual a:

$$V = \frac{(nb) \times a}{2} \times h = \frac{nbah}{2}$$

Por ejemplo, el volumen (en cm^3) de un prisma hexagonal con lados de 3 cm de longitud, apotema de 2.6 cm y altura de 4 cm es:

$$V = \frac{(6 \times 3) \times 2.6}{2} \times 4 = \frac{46.8}{2} \times 4 = 23.4 \times 4 = 93.6 \text{ cm}^3$$

Aprende en casa

bit.ly/3PWzWn8

1. **Calcula el volumen de los prismas.**

   a) Prisma octagonal con altura de 10 cm, lados de 2.71 cm de longitud y apotema de 3.27 cm. ______________

   b) Prisma decagonal con altura de 15 cm, lados de 3.22 cm de longitud y apotema de 4.95 cm. ______________

   c) Prisma heptagonal con altura de 6 cm, lados de 4.53 cm de longitud y apotema de 4.7 cm. ______________

2. **Calcula el volumen de los siguientes prismas.**

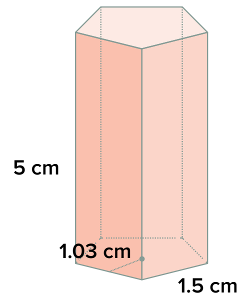
   a) Su base es un hexágono regular con lados de 3.23 cm y apotema de 2.8 cm. La altura del prisma mide 7.2 cm. ______________

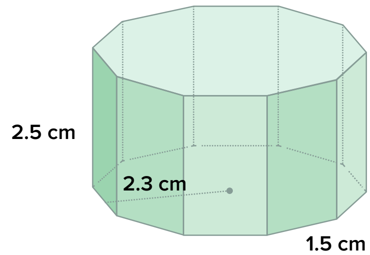
   b) Su base es un polígono regular de 9 lados; la longitud de los lados es de 2.73 cm y la apotema mide 3.75 cm. La altura del prisma es de 3.7 cm.

   ____

   c) Su base es un polígono regular de 15 lados; cada lado mide 2 cm y la apotema mide 4.71 cm. La altura del prisma es de 1.8 cm. ______________

3. **Analiza los prismas y responde.**





a) Sin hacer los cálculos, ¿cuál de los dos prismas estimas que tiene mayor volumen? ______________________________

b) ¿Qué elementos consideraste para hacer tu estimación? ______________
____

c) Calcula los volúmenes y comprueba tu estimación.
Prisma pentagonal: ______________ Prisma decagonal: ______________

4. **Responde.**

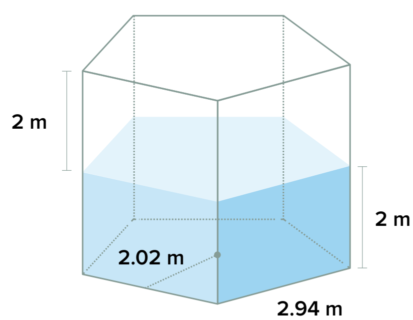
a) ¿Cuál es la altura de un prisma hexagonal cuyo volumen es de 139.52 cm^3, si los lados del hexágono miden 4.1 cm y la apotema tiene 3.55 cm? ________

b) Un prisma octagonal de 4 cm de altura con apotema de 3.72 cm y volumen de 183.52 cm^3. ¿Cuánto mide el lado del octágono regular? ____________

c) ¿Cuánto mide la apotema de un prisma heptagonal de 5 cm de altura y cuyo volumen mide 199.85 cm^3, si se sabe que el lado del heptágono regular es de 3.32 cm? ______________________________

5. **Contesta con base en la imagen y la información.**

Un depósito con forma de prisma pentagonal tiene agua hasta la mitad de la altura.



a) ¿Cuál es el volumen del depósito?
____

b) ¿Cuál es la capacidad (en litros) del depósito?
____

c) ¿Cuánta agua hay en el depósito?
____

Quiero saber más

Ingresa a la página bit.ly/3oLymsj y después de analizar el prisma que aparece, haciéndolo girar con el botón rojo, mide sus dimensiones, haz los cálculos y determina su volumen. Para obtener un nuevo prisma, presiona la casilla "Inicio".

Volumen del cilindro

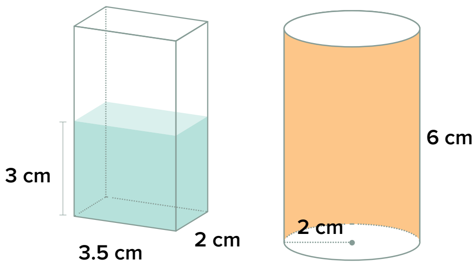
El volumen de un cilindro de altura h y base de radio r es:

$$\text{Volumen} = \text{Área de la base} \times \text{altura} = (\pi \times r^2) \times h = \pi r^2 h$$

Por ejemplo, el volumen de un cilindro de 4 cm de altura y base con radio de 3 cm es:

$$V = (\pi \times 3^2) \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3$$

Si se usa 3.14 como aproximación al valor de π, el volumen es 113.04 cm^3.



1. **Analiza las imágenes y responde.**

El recipiente con forma de prisma rectangular tiene agua hasta la mitad de su altura.

a) Si se vierte el contenido del prisma en el recipiente cilíndrico, ¿a qué altura aproximada llegará el agua? Antes de hacer los cálculos, haz una estimación.

b) Comprueba tu estimación haciendo los cálculos y determina la altura a la que llegará el agua. Usa 3.14 como aproximación al valor de π.

2. **Responde usando 3.14 como aproximación al valor de π. Escribe las operaciones que hiciste.**

a) ¿Cuál es el volumen de un cilindro de 17 dm de altura cuya base tiene un diámetro de 10 dm?

Operaciones:

Resultado:

b) ¿Cuál es la altura de un cilindro con volumen de 602.88 cm^3 y radio de 2 cm?

Operaciones:

Resultado:

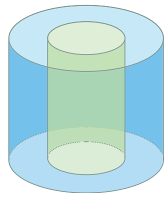
c) ¿Cuánto mide el radio de la base de un cilindro con volumen de 367.38 m^3 y altura de 13 m?

Operaciones:

Resultado:

3. **Resuelve los problemas. Considera 3.14 como aproximación al valor de π.**

a) ¿Cuál es el volumen del espacio comprendido entre los cilindros de 4 cm de altura si el radio del cilindro exterior mide 3 cm y el radio del cilindro interior mide 1.5 cm? ______________________



Escribe tus operaciones.

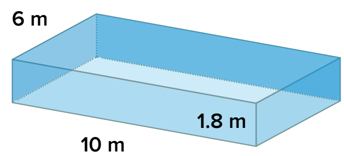
____

b) ¿Cuántos litros de jugo hay en 10 vasos cilíndricos de 9 cm de altura y diámetro de 6 cm si los vasos están llenos hasta dos terceras partes de su capacidad? ______________________

Escribe tus operaciones.

____

c) Para llenar una alberca rectangular se contratará el servicio de pipas de agua. Las medidas de la alberca y de la pipa se muestran en las imágenes. ¿Cuántas pipas deberán contratarse si el agua de la alberca debe estar 20 cm debajo del nivel superior? ______________________



Escribe tus operaciones.

____

Quiero saber más

Ingresa a la página bit.ly/3oQ8plh y dirígete a la sección 2 "Relacionando expresiones". Realiza las actividades 8, 9 y 10 y al terminar compara los resultados que obtuviste con lo que has aprendido en esta ficha.

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 250 a 261

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 236 a 240

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 228 a 243

Ficha

11

Registro de datos

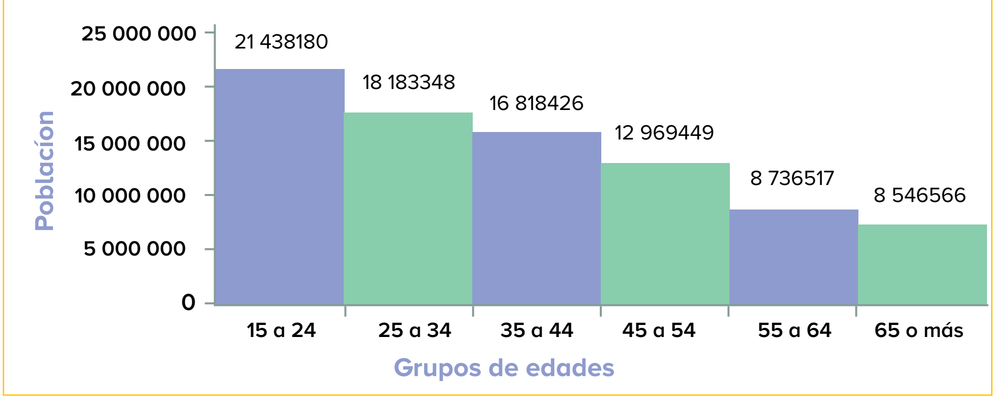
Contenido curricular indispensable: Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.

Antes de empezar

1. **Analiza el texto y la gráfica, después responde.**

En nuestro país, la educación básica (preescolar, primaria y secundaria) es obligatoria. Por ese motivo, se considera que si alguien llega a los 15 años de edad y no ha concluido la secundaria está en rezago educativo. La siguiente gráfica muestra datos de todo el país sobre esta situación.

Población de 15 años o más en rezago educativo, 2015



Fuente: www.inea.gob.mx/transparencia/pdf/rez_censo_edos/rez_ei15_gen_edad_nal.pdf (consulta: 20 de julio de 2022). Elaborado con datos de la Encuesta Intercensal 2015, Inegi. Estadísticas del Sistema Educativo Nacional ciclo 2014-2015, SEP. Citado por el INEE.

a) ¿De qué año son los datos que se muestran en la gráfica? ____________

b) En qué grupo de edad se concentra el mayor número de personas en situación de rezago educativo? ____________

c) ¿Y el menor número? ____________

d) ¿Qué ocurre con el número de personas en rezago educativo conforme aumenta la edad? ____________

e) ¿En qué grupos de edad el número de personas en rezago educativo es mayor a 15 millones? ____________

f) ¿Cuántas personas de 45 a 54 años están en situación de rezago educativo? ____________

g) ¿En qué grupo de edad se considera a una persona de 34 años con 11 meses y 30 días? ____________

h) ¿Qué puedes concluir respecto a la edad de las personas y el rezago educativo? ____________

Repaso lo que aprendí

Intervalo, amplitud y marca de clase

Un **intervalo de números** incluye todos los números que van desde un valor inicial *a* hasta un valor final *b*. Se representa de distintas formas según incluya o no a los extremos de los intervalos.

- [*a, b*] si incluye a los dos números *a* y *b*.
- (*a, b*] si no incluye al número *a*.
- [*a, b*) si no incluye a *b*.
- (*a, b*) si no incluye a *a* ni a *b*.

En una tabla de frecuencias con los datos agrupados en intervalos [*a, b*):

- A cada intervalo se le llama **clase de intervalo** o simplemente **clase**.
- Dos clases de intervalos distintos no pueden tener un mismo dato.
- Todos los datos deben quedar cubiertos en las clases de intervalos.
- La **amplitud del intervalo** es su longitud: *b* – *a*.
- La **marca de clase** es el punto medio de cada intervalo. Dicho de otra manera, es el promedio del límite inferior y el límite superior de cada intervalo: (*a* + *b*) ÷ 2.

1. Revisa la información y lleva a cabo lo que se pide.

En los juegos olímpicos de Río de Janeiro de 2016, en la prueba eliminatoria de natación de 100 m libre varonil, nadadores de 40 países registraron tiempos inferiores a 50 segundos. En la tabla se muestran los tiempos.

47.90	47.91	48.01	48.12	48.22	48.27	48.35	48.39	48.46	48.47
48.49	48.51	48.53	48.57	48.57	48.58	48.61	48.62	48.65	48.68
48.75	48.78	48.80	48.86	48.87	48.92	48.94	49.05	49.14	49.16
49.20	49.24	49.24	49.25	49.37	49.38	49.90	49.57	49.62	49.82

a) Completa la tabla.

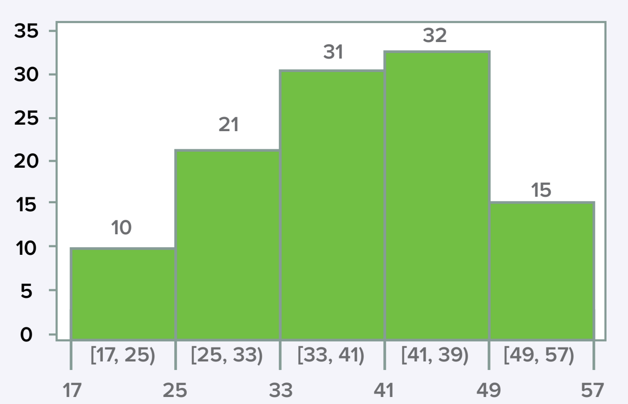
Intervalos de tiempo (segundos)	Tiempos de los nadadores en el intervalo (segundos)	Frecuencia absoluta de los tiempos en el intervalo
[47.9, 48.2)	47.9, 47.91, 48.01, 48.12	4
[48.2, 48.5)	48.22, 48.27, 48.35, 48.39, 48.46, 48.47, 48.49	7
, 50.0)		
	Suma	40

Histograma

Un **histograma** es una gráfica que muestra datos agrupados en intervalos. Se construye formando rectángulos que tienen como base la longitud de cada intervalo y como altura la frecuencia correspondiente. Los rectángulos quedan unidos porque donde termina un intervalo de clase empieza otro. Ejemplo:

Tabla de frecuencia	
Clases	Frecuencias
[17, 25)	10
[25, 33)	21
[33, 41)	31
[41, 49)	32
[49, 57)	15

Histograma



Aprende en casa

bit.ly/3QjmOZj

1. **Lee la situación y realiza lo que se solicita.**

La siguiente tabla muestra el número de aciertos obtenidos por cada uno de los 54 alumnos de un grupo de segundo de secundaria en una prueba de 100 reactivos.

21	29	30	31	32	33	40	41	43
44	47	48	49	50	56	58	59	61
61	62	62	62	63	63	67	68	68
68	68	69	69	69	69	70	77	78
81	81	82	83	84	84	84	86	88
88	89	90	90	95	96	97	98	99

a) Completa la tabla.

Clases	Número de aciertos dentro de la clase	Frecuencia
	Suma	

b) Dibuja el histograma correspondiente.

2. Haz lo que se pide y contesta.

En la tabla se muestra la cantidad de dinero (en pesos) que gastaron algunas personas al realizar sus compras en un supermercado. Completa la tabla de frecuencia y realiza el histograma que representa los datos.

100	300	150	200	1000	250	250	180	230	120
900	700	750	450	800	230	900	600	260	980
400	480	420	50	320	560	400	430	410	450
590	510	330	226	400	500	380	610	510	830
110	130	690	700	810	215	900	350	950	630
90	930	120	65	200	710	85	1020	80	980
1040	720	800	1030	75	860	220	305	115	840
420	530	920	70	410	135	790	910	520	1000
145	680	200	890	230	670	105	280	1010	650
480	150	560	730	490	125	580	940	760	960

Clase	Frecuencia
[45, 170)	
[170, 295)	

Marca de clase y polígono de frecuencia

La **marca de clase** es el punto medio o promedio de cada intervalo. Por ejemplo, se tiene el intervalo [45, 170); por tanto, su marca de clase es igual a $\frac{45+170}{2} = 107.5$.

Para construir un **polígono de frecuencia** sobre un histograma, se toma la marca de clase que coincide con el punto medio o promedio de cada rectángulo del histograma y se unen con segmentos. El primer y último punto del polígono siempre es 0, con respecto al eje *y*, ya que un polígono es una figura cerrada.

Aprende en casa

bit.ly/3SjGAFM

1. Analiza la información y haz lo que se pide.

En una pequeña escuela de baile urbano se registró la edad de sus alumnos y son las siguientes:

25, 15, 24, 29, 13, 16, 27, 17, 26, 14, 22, 15, 20, 14, 17,
21, 16, 12, 34, 16, 18, 23, 17, 23, 19, 18, 22, 19, 21, 20

a) Completa la tabla de frecuencias con seis clases.

Clases	Marca de clase	Frecuencia
[12, 16)	14	
	Suma	

b) Traza el polígono de frecuencia correspondiente.

c) ¿Cuántos alumnos hay en la escuela de baile? ____________

d) ¿Cuál es la edad más frecuente? ______

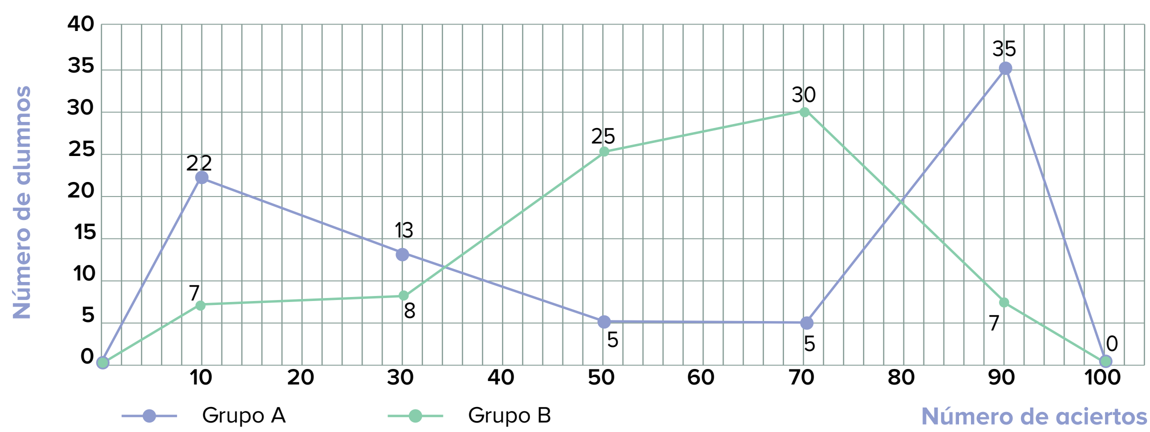
e) ¿Cuántos alumnos de 12 a 16 años de edad hay? ______

f) ¿Qué conclusión sacas sobre los alumnos en esa pequeña escuela? ______

2. **Lee la situación y contesta lo que se pide.**

Se aplicó el mismo examen a dos grupos de estudiantes y se registró el número de aciertos que obtuvo cada alumno. El siguiente polígono de frecuencias, con datos agrupados, expresa lo que ocurrió. Analiza la gráfica.

Resultados de la aplicación de un examen a dos grupos de estudiantes



a) ¿En cuántos intervalos se agruparon los datos? ______

b) ¿En qué intervalo está el dato de 49 aciertos? ______

c) ¿Cuál es la amplitud de cada clase de intervalo? ______

d) Si el examen se aprueba con 50 aciertos o más, ¿en cuál de los dos grupos hubo más estudiantes aprobados? ______

3. **Contesta.**

a) ¿Qué tipo de información proporciona un histograma y cuál, un polígono de frecuencias? ______

b) ¿Qué diferencias hay entre los histogramas y las gráficas de barras? ______

Quiero saber más

Entra en el sitio bit.ly/3PTVmkY y propón algunos datos para observar el polígono de frecuencia que se forma.

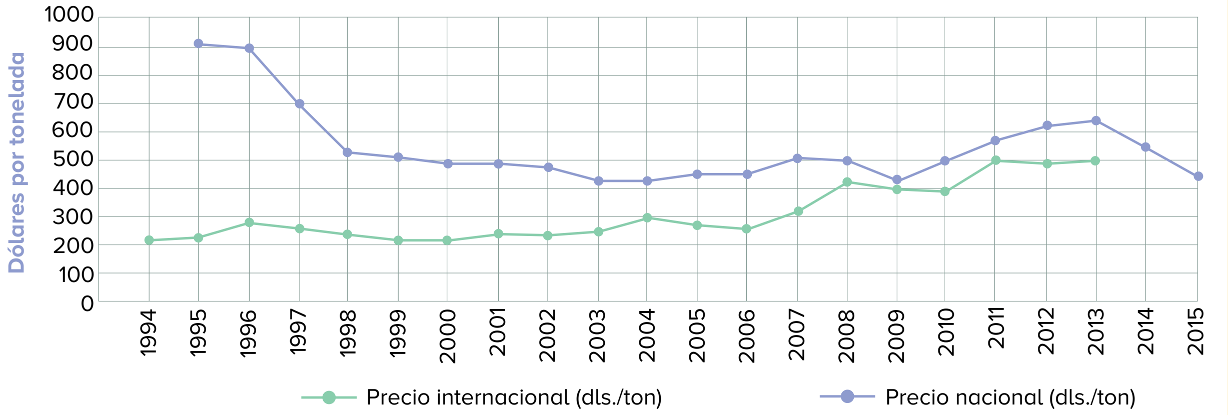
Gráfica de línea

Las **gráficas de línea** están formadas por segmentos de recta consecutivos.

Estas gráficas se usan para comparar los valores de las variables respecto a algún criterio y mostrar tendencias (patrones de comportamiento), por lo general en relación con el tiempo. En el eje vertical se coloca la variable que se mide y en el horizontal, el criterio considerado. Si el criterio es el tiempo, a cada periodo se le pone como altura el valor de la variable que corresponde a ese momento. Las alturas se unen con segmentos de recta de forma consecutiva.

1. **Analiza la gráfica y contesta.**

Precios de la harina de maíz



Fuente: Elaboración propia con base en datos de la FAO, de Banxico y del Inegi.

Fuente: www.economia.unam.mx/assets/pdfs/econinfo/405/01Vargas.pdf (consulta: 02 de agosto de 2022). Tomado de *El mercado de harina de maíz en México. Una interpretación microeconómica.* Economía Informa, número 405, julio-agosto de 2017.

Aprende en casa

bit.ly/3zrrvJz

a) ¿Cuál precio varió más a lo largo de los años indicados en la gráfica: el nacional o el internacional? ____________________

b) ¿Los precios nacionales de la harina de maíz tienden a alejarse o acercarse a los internacionales? ____________________

c) ¿En qué año el precio internacional y el nacional casi coinciden?

____

d) ¿En qué año se alejaron más? ____________________

Quiero saber más

Entra en el sitio bit.ly/3zotGxp elige un tema, organiza los datos en una tabla que contenga tiempo en años y traza la gráfica de línea que represente los datos de la tabla.

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 84 a 95

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 176 a 181 y 250 a 255

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 88 a 95 y 184 a 191

Desviación media

Contenido curricular indispensable: Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.

Antes de empezar

1. Lee la situación y contesta.

Los siguientes conjuntos de datos representan las calificaciones de los alumnos de dos grupos de tercero de secundaria.

Grupo A

6	9	8	7	9	9	7	5	8	6
8	5	5	10	10	8	10	9	7	5
10	10	8	7	6	10	5	5	8	8

Grupo B

6	7	8	8	8	9	6	8	10	10
5	5	8	8	9	9	6	7	6	9
8	10	9	7	6	8	8	10	9	8

a) Calcula el rango, la media aritmética y la desviación media de ambos conjuntos. Redondea hasta centésimos.

- Rango grupo A: ______
- Rango grupo B: ________
- Media aritmética grupo A: ______
- Media aritmética grupo B: _______
- Desviación media grupo A: _____
- Desviación media grupo B: ______

b) ¿En qué grupo están más dispersos los valores? ____________________________

2. Calcula la media aritmética ($\bar{x}$) y la desviación media (DM) de cada conjunto de números. Luego subraya el conjunto con menor desviación media y rodea el que tiene mayor desviación media.

Conjunto	$\bar{x}$	DM	Conjunto	$\bar{x}$	DM
16, 21, 32, 45, 96			16, 45, 50, 80, 96		
57.4			25		
1, 2, 3, 4, 12			1, 9, 10, 11, 12		
60, 70, 80, 90, 100			10, 20, 30, 40, 50		
2, 4, 6, 8, 10			0, 2, 4, 6, 8		

Repaso lo que aprendí

Desviación media

La **desviación media** de un conjunto de datos es el promedio de las distancias de cada dato a la media de los datos. Esta medida indica qué tan dispersos están los datos de un conjunto. Usualmente se denota como DM. Recuerda que la distancia entre dos valores *a* y *b* es el valor absoluto de su diferencia: $|a - b| = |b - a|$.

Por ejemplo, si tenemos el conjunto de datos 7, 7.5, 7.9, 8.9, 9.

Su media es $\dfrac{7 + 7.5 + 7.9 + 8.9 + 9}{5} = \dfrac{40.3}{5} = 8.06$

Y la desviación media es:

$$DM = \frac{|8.06 - 7| + |8.06 - 7.5| + |8.06 - 7.9| + |8.06 - 8.9| + |8.06 - 9|}{5}$$

$$= \frac{1.06 + 0.56 + 0.16 + 0.84 + 0.94}{5} = \frac{3.56}{5} = 0.712$$

En el conjunto 7, 8, 8.1, 8.2, 9, la media es la misma que la del conjunto anterior:

$$\frac{7 + 8 + 8.1 + 8.2 + 9}{5} = \frac{40.3}{5} = 8.06$$

Pero la desviación media, resulta distinta:

$$DM = \frac{|8.06 - 7| + |8.06 - 8| + |8.06 - 8.1| + |8.06 - 8.2| + |8.06 - 9|}{5}$$

$$= \frac{1.06 + 0.06 + 0.04 + 0.14 + 0.94}{5} = \frac{2.24}{5} = 0.448$$

Como 0.712 es mayor que 0.448, se concluye que en el primer conjunto los datos están más dispersos que en el segundo.

Aprende en casa

bit.ly/3vA1oPn

1. Lee y realiza lo que se indica.

a) Calcula la desviación media de los datos 27, 32, 38, 40 y 43. ____________

b) La edad media de dos hermanos es de 17.5 años y la desviación media de las edades es de 1.5.

- **¿Cuántos años tiene cada hermano?** ____________________________
- **Explica cómo determinaste tu respuesta en el inciso anterior.** ____________

2. Lee y contesta.

A continuación se muestran las temperaturas y la velocidad del viento que se pronosticaron para cada hora del 14 de febrero de 2018 en Chihuahua, Chihuahua.

00:00	01:00	02:00	03:00	04:00	05:00	06:00	07:00	08:00	09:00	10:00	11:00
12 °C	11 °C	10 °C	10 °C	9 °C	8 °C	8 °C	8 °C	11 °C	15 °C	20 °C	23 °C
11 km/h	11 km/h	10 km/h	10 km/h	9 km/h	9 km/h	8 km/h	8 km/h	9 km/h	11 km/h	13 km/h	15 km/h

12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
25 °C	27 °C	28 °C	29 °C	28 °C	26 °C	24 °C	22 °C	20 °C	19 °C	17 °C	17 °C
18 km/h	22 km/h	24 km/h	24 km/h	24 km/h	23 km/h	21 km/h	19 km/h	18 km/h	17 km/h	14 km/h	13 km/h

a) Calcula la media aritmética y la desviación media de la temperatura y de la velocidad del viento.

- **Media aritmética de la temperatura:** ____________________
- **Desviación media de la temperatura:** ____________________
- **Media aritmética de la velocidad del viento:** ____________________
- **Desviación media de la velocidad del viento:** ____________________

b) De acuerdo con la desviación media, ¿qué datos están más dispersos, los de la temperatura o los de la velocidad del viento? ____________________

____

3. Resuelve la situación.

En una clase de Física, los alumnos midieron el espesor de una moneda de \$10 con una regla, un palmer y un vernier (instrumentos que sirven para medir longitudes muy pequeñas). Los datos que obtuvieron se muestran en la tabla. Complétala.

	Espesor de una moneda de \$10 (mm)				
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	Media
Regla	2	2	2.5	2.5	
Palmer	2.1	2.2	2.3	2.4	
Vernier	2.1	2.25	2.3	2.35	

a) Calcula la desviación media para cada instrumento.

Regla: DM = ______ Palmer: DM = ______ Vernier: DM = ______

b) ¿Cuál instrumento consideras que es más preciso? ____________________

Quiero saber más

Ingresa al sitio bit.ly/3JpSdXr y haz los ejercicios que se plantean. Al terminar, da clic en “Puntuación” y, si tuviste algún error, da clic en “Corregir” y modifica.

4. **Lee y responde.**

En un estudio se analizaron los salarios de cinco puestos de distintas empresas. La tabla muestra los salarios registrados por dos empresas.

	Puestos				
	Limpieza	Obrero A	Obrero B	Técnico	Gerente
Salario en empresa 1 ($)	150	250	275	300	700
Salario en empresa 2 ($)	150	280	300	320	1 000

a) ¿En cuál empresa es mayor la diferencia entre los salarios y la media?

b) Responde la misma pregunta, pero sin considerar los puestos de limpieza ni de gerencia.

5. **Resuelve el problema.**

En una feria, René observa cómo se desarrolla un mismo juego en dos mesas distintas. Registra los puntos ganados (+) y los puntos perdidos (−) de diez personas que han jugado en cada mesa; estos se muestran en la tabla.

	Puntuación de cada jugador									
Mesa 1	−8	30	40	−25	34	50	−10	50	−5	15
Mesa 2	100	−70	40	−30	150	−10	−100	46	−20	40

a) ¿En cuál de las dos mesas es más arriesgado jugar? ¿Por qué?

Quiero saber más

Entra al sitio bit.ly/3oPb2Kc comienza la lectura a partir del subtítulo "Distribución de las especies". Analiza las diferencias y similitudes con lo que trabajaste en esta secuencia.

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 166 a 177

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 256 a 261

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 254 a 259

Ficha 13

Probabilidad teórica

Contenido curricular indispensable: Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.

Antes de empezar

1. Analiza la situación y haz lo que se pide.

En una secundaria se registró el grupo sanguíneo de varios estudiantes y si su sangre contiene la proteína llamada *Rhesus* o no (RH+ o RH−). En la tabla se muestran los datos.

	Grupo sanguíneo			
Factor	A	B	AB	O
RH+	3	4	2	5
RH−	4	2	4	6

a) Si se elige un estudiante al azar, ¿qué es más probable que ocurra: que tenga sangre tipo AB o que tenga tipo O? __________ ¿Por qué?

____

b) Al seleccionar un alumno al azar, ¿qué es más probable: que tenga sangre con factor RH+ o RH−? __________ ¿Por qué?

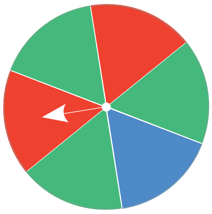
____

c) ¿Qué es más probable que ocurra al elegir un estudiante al azar: que tenga sangre tipo B con factor RH+ o tipo O con factor RH−? __________

__________ ¿Por qué? __________

____

2. Lee y contesta.



En un juego, se hace girar la flecha de la ruleta y se apuesta a un color.

a) Al girar la flecha, ¿qué es más probable: que termine apuntando al rojo o al verde? __________ ¿Por qué? __________

____

b) ¿Qué es más probable: que se detenga en el azul o en el rojo? __________

¿Por qué? __________

c) ¿Cuál es el color más probable al que apunte la flecha al detener su giro?

____

Repaso lo que aprendí

Probabilidad teórica

La **probabilidad teórica** de que ocurra un evento es un número que mide la facilidad con que se puede obtener ese resultado si se realiza el juego o experimento aleatorio.

La probabilidad teórica de un evento es igual al cociente del número de casos favorables a ese evento entre el número total de resultados posibles. Si se denota el evento con la letra E, la probabilidad de que ocurra se denota así: P(E).

$$\text{Probabilidad de E} = P(E) = \frac{\text{Número de casos favorables al evento E}}{\text{Número de todos los posibles resultados}}$$

Por ejemplo, en el experimento de sacar de una urna, al azar, dos de tres pelotas numeradas del 1 al 3 y registrar los números, el espacio muestral son todos los posibles resultados que aparecen en la tabla. En total, 9.

	1	2	3
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)

Considerando el evento A, “los números que salen suman 4”, el número de casos favorables es 3: (1, 3), (2, 2) y (3, 1). Por tanto, la probabilidad del evento A es $P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
Para el evento B, “salen distintos números”, los casos favorables son 6: (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1) y (3, 2). Entonces, $P(B) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Aprende en casa

bit.ly/3OUkSVN

1. **Resuelve lo siguiente.**

Se lanza un dado cúbico al aire. Considera los siguientes eventos:

A: Sale 5.
B: Sale un número mayor que 2.
C: Sale un número impar.
D: Sale un número impar mayor que 2.

a) ¿Cuál es el espacio muestral? ____________________

b) Calcula la probabilidad de cada evento.

P(A) = __________ P(C) = __________

P(B) = __________ P(D) = __________

c) ¿Es posible que salga el número 0? ________ ¿Cuál es la probabilidad del evento “sale 0”? ____________________

Quiero saber más

Lee la sección 58, “La apuesta”, página 59 del libro *Matemáticas recreativas*, de Yakov Perelman, de la serie Espejo de Urania de la colección Libros del Rincón. Después determina el espacio muestral, para el caso de las primeras cuatro personas que pasen delante del balcón del comedor, calcula la probabilidad de que sean hombres y comprueba que se cumple la regla que se da en el texto.

2. **Lee el texto y haz lo que se indica.**

En una urna hay cinco bolas color de rosa y tres azules. Un experimento consiste en extraer una bola al azar, se anota su color, y se regresa a la urna. Se repite la misma operación dos veces más. Quedan tres colores anotados.

a) ¿Cuál es el espacio muestral? ______

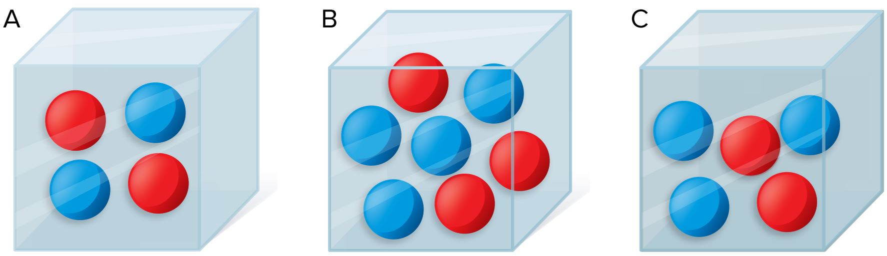
b) Calcula la probabilidad de los siguientes eventos.

D: No sale ninguna bola color de rosa. ______

E: Salen dos bolas color de rosa. ______

F: Salen tres bolas color de rosa. ______

3. **Analiza las urnas y contesta.**



a) ¿Cuál es la probabilidad teórica de sacar una bola roja de la urna B? ______

¿Por qué? ______

b) ¿De cuál urna es más probable sacar una bola azul? Explica tu respuesta.

______

4. **Lee y contesta.**

Se lanza al aire un dado dodecaedro como el de la imagen, con las doce caras pentagonales numeradas del 1 al 12.

a) Escribe el espacio muestral. ______

b) Calcula la probabilidad de los eventos:

A: Cae un número mayor que 4. ______

B: Cae un número impar. ______

C: Cae el número 15. ______

D: Cae un número impar menor que 8. ______

Probabilidad frecuencial y probabilidad teórica

La **probabilidad frecuencial** es una estimación o aproximación a la probabilidad teórica. Cuantas más veces se repita un experimento en las mismas condiciones, la probabilidad frecuencial de un resultado se aproxima más a su probabilidad teórica. Por ejemplo, una moneda que fue lanzada al aire 1 000 veces y 547 veces cayó águila. Su probabilidad frecuencial es:

$$\frac{547}{1000} = 0.547$$

Pero la probabilidad teórica de que caiga águila es exactamente $\frac{1}{2} = 0.5$.

Aprende en casa

bit.ly/3PZLAh9

1. Resuelve la situación.

Dentro de una botella hay 30 canicas rojas, amarillas y verdes. La botella está pintada de negro y no se ve el color de las canicas, pero está tapada con un plástico traslúcido de forma que, si se voltea de cabeza, se puede observar el color de la única canica que queda contra la tapa.

Se realizó mil veces el experimento de voltear de cabeza la botella y anotar el color de la canica que se podía ver en la tapa. Se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla.

Color de la canica	Frecuencia con que se observó contra la tapa	Probabilidad frecuencial
Roja	288	
Verde	192	
Amarilla	520	

a) Completa la tabla. Anota la probabilidad frecuencial como número decimal.

b) Denota con *r* el número de canicas rojas que hay en la botella, con *v* el de las verdes y con *a* el de las amarillas. Completa la expresión algebraica que permite calcular la probabilidad teórica de que al voltear la botella se vea una canica roja, una verde y una amarilla, respectivamente.

P(roja) = P(verde) = P(amarilla) =

c) Estima el número de canicas de cada color que hay en la botella. Escribe tu procedimiento.

Rojas: ______________________

____

Verdes: ______________________

____

Amarillas: ______________________

____

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 262 a 267

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 184 a 189

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 246 a 253

I. Marca la casilla que describe mejor tu desempeño.

Ficha didáctica		Nivel de logro		
		Excelente	Bien	En progreso
1	Multiplicar y dividir números con signo	Resuelvo problemas que impliquen la división y multiplicación de fracciones y decimales positivos y negativos.	Analizo e interpreto la ley de los signos para la multiplicación y división de números enteros.	Conozco e interpreto la ley de los signos.
2	Potencias, raíces y notación científica	Resuelvo problemas que implican potencias, raíces y notación científica.	Calculo potencias y raíces e interpreto la notación científica en diferentes situaciones.	Doy ejemplos de potencias, raíces y notación científica.
3	Expresiones equivalentes	Resuelvo problemas que implican verificar algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado.	Analizo e interpreto problemas que implican verificar algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado.	Demuestro algebraicamente cuando dos expresiones son equivalentes.
4	Álgebra con figuras geométricas	Justifico la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de figuras).	Encuentro expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas.	Explico expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas.
5	Ecuaciones lineales con dos incógnitas	Resuelvo problemas mediante la formulación algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	Identifico y analizo problemas mediante la formulación algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	Interpreto problemas mediante la formulación algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
6	Proporcionalidad directa e inversa	Diseño problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.	Analizo e interpreto problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.	Clasifico problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.
7	Relaciones proporcionales	Resuelvo problemas que se modelan con variación lineal y proporcionalidad inversa, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.	Analizo situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.	Comparo situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.

Evalúo mis aprendizajes

Ficha didáctica		Nivel de logro		
		Excelente	Bien	En progreso
8	Ángulos de polígonos	Deduzco las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.	Uso las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.	Muestro las relaciones entre los ángulos de polígonos regulares.
9	Polígonos regulares y el círculo	Resuelvo problemas de perímetro y área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.	Calculo el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.	Defino e interpreto el perímetro y el área de polígonos regulares.
10	Prismas y cilindros	Construyo y resuelvo problemas de cálculo de volumen de prismas y cilindros rectos.	Calculo el volumen de prismas y cilindros rectos.	Interpreto la fórmula para calcular el volumen de prismas y cilindros rectos.
11	Registro de datos	Explico cómo recolectar, registrar y leer datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.	Demuestro cómo recolectar, registrar y leer datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.	Doy ejemplos de cómo recolectar, registrar y leer datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.
12	Desviación media	Decido qué medida de tendencia central conviene más en el análisis de un conjunto de datos.	Analizo las medidas de tendencia central, el rango y la desviación media de un conjunto de datos.	Interpreto las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana).
13	Probabilidad teórica	Resuelvo problemas donde interviene el cálculo de la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.	Calculo la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.	Defino la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.

Reflexiona sobre tus resultados. Después, comprueba tus conocimientos con la siguiente evaluación. Con ayuda de tu profesor, busca estrategias para fortalecer tus áreas de oportunidad.

II. Responde.

1. **Escribe, de dos formas distintas, cada número como el producto de dos factores.**

a) $-15 = (\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_)$ y $-15 = (\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_)$

b) $-3 = (\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_)$ y $-3 = (\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_)$

c) $35 = (\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_)$ y $35 = (\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_)$

2. **Resuelve las operaciones.**

a) $(-0.25) \div (-1) =$

b) $(-0.75) \div \left(\frac{1}{4}\right) =$

c) $(-812.5) \div (6.5) =$

d) $(-2) \div (-0.5) =$

e) $0.3 \div 0.3 =$

f) $\left(2\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{8}\right) =$

3. **Lee la situación y resuelve. Escribe tus operaciones dentro del recuadro.**

Se va a diseñar una alberca en un nuevo centro deportivo. El ingeniero dice que el fondo en una orilla debe estar a $1\frac{1}{4}$ de m por debajo del nivel del suelo, y del otro lado a 2 m. El dueño del centro deportivo le dice que, para ahorrar material, la deben hacer de $\frac{3}{4}$ partes de la profundidad planeada. ¿A qué altura con respecto del suelo debe quedar el piso de la alberca en ambas orillas?

4. **Escribe los cuadrados perfectos que se encuentran entre los números de la primera columna.**

1 y 100	1, 4, 9,
101 y 200	121,
201 y 300	

5. **Lee y resuelve los problemas.**

a) Un cine tiene 256 butacas, con el mismo número de asientos a lo largo que a lo ancho. ¿Cuántas butacas hay en cada fila?

b) Una fosa de clavados tiene una base cuadrada de 400 m^2 de área. ¿Cuánto mide el perímetro de la fosa?

6. **Escribe el número que falta.**

a) $5.3 < \sqrt{} < 5.4$

b) $8.366 < \sqrt{} < 8.367$

c) $3.87 < \sqrt{} < 3.88$

d) $15.394 < \sqrt{} < 15.395$

7. **Resuelve las operaciones.**

a) $[(2 + 3)^4 \div 5^2]^2 + (4^3 - 3^2)^3 =$

b) $(1.8 \times 10^{13}) \times (8.3 \times 10^{33}) =$

c) $\left[\dfrac{(3^3 - 4^2)^6}{(11^2)^3}\right] \times \left[\dfrac{(2^2 \times 3 - 1)}{(5 + 6)^2}\right]^3 =$

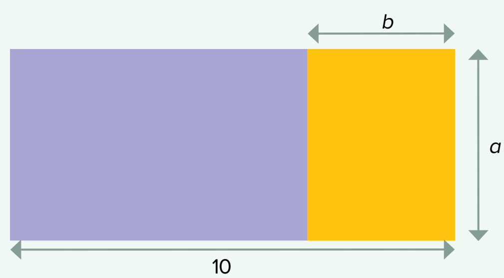
d) $(4.4 \times 10^{12}) \div (5.7 \times 10^8) =$

8. **Verifica algebraicamente si las siguientes expresiones pueden representar o no la misma sucesión.**

a) $3(n + 2) + 1$ y $3n + 7$

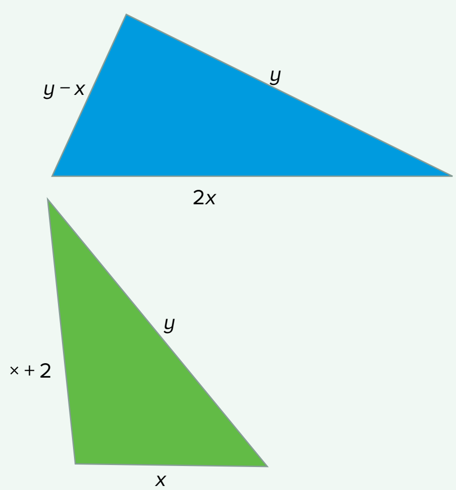
b) $6(n + 5) + 3(n + 2) + 4$ y $9n + 36$

9. **Analiza la figura y escribe dos expresiones algebraicas que representen el área del rectángulo morado.**



10. **Resuelve.**

El perímetro del triángulo azul mide 23 cm y el de color verde, 21 cm. ¿Cuánto valen x y y?



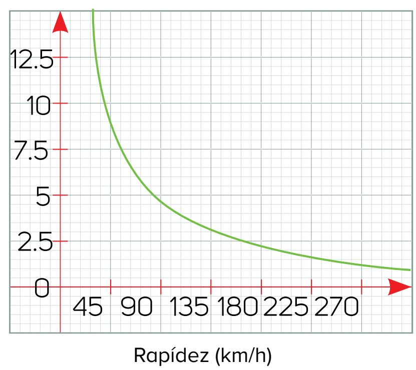
11. **Analiza las situaciones y responde.**

a) En un restaurante trabajan 5 cocineros y 3 meseros con diferentes horarios. Dos cocineros y dos meseros trabajan 8 horas al día; un cocinero y un mesero trabajan 6 horas al día, y los otros dos cocineros trabajan 3 y 4 horas al día, respectivamente. Lo que se junta en propinas se lo reparten cocineros y meseros en proporción a la cantidad de horas trabajadas. Si el total de propinas en un día fue de $18 156, ¿cuánto le tocará a cada uno?

- Cocineros con 8 horas de trabajo: ______________________
- Cocinero con 6 horas de trabajo: ______________________
- Cocinero con 4 horas de trabajo: ______________________
- Cocinero con 3 horas de trabajo: ______________________
- Meseros con 8 horas de trabajo: ______________________
- Mesero con 6 horas de trabajo: ______________________

b) La gráfica describe cómo varía el tiempo que tarda un automóvil en recorrer cierta distancia en función de la rapidez con la que se desplaza.

Relación rapidez - tiempo en que un automóvil recorre cierta distancia



- ¿La relación entre la rapidez y el número de horas es de proporcionalidad inversa? Si tu respuesta es afirmativa, calcula la constante de proporcionalidad.

____

____

- ¿Qué representa esta constante en el contexto del problema?

____

____

- Si el automóvil viajara a 100 km/h, ¿en cuántas horas haría el recorrido?

____

12. **Contesta.**

a) ¿Cuántas diagonales parten de cada vértice en un polígono de 102 lados?

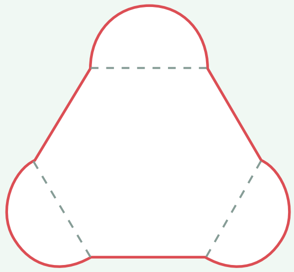
____

b) Si el ángulo interior de un polígono regular mide 144°, ¿cuántos lados tiene el polígono regular? ______________________

c) ¿Cuánto miden el ángulo central y el ángulo interior de un polígono regular de 24 lados? ______________________

____

13. Resuelve los siguientes problemas. Usa 3.14 como aproximación al valor de π.



a) Calcula el área y el perímetro de la figura, considera que el lado del hexágono regular mide 2.68 cm y la apotema mide 2.32 cm.

____

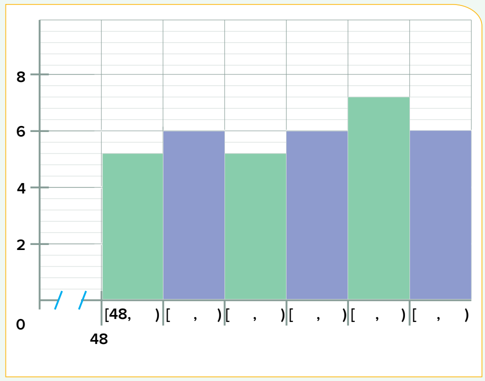
b) ¿Cuál es la capacidad de un cilindro para gas de 72 cm de altura y diámetro de 30 cm? __________

____

14. Lee las situaciones y responde.

a) Se trazó el histograma de un conjunto de datos cuyo dato mayor es igual a 76. Completa el histograma escribiendo los intervalos debajo de la línea horizontal. A la derecha, construye la tabla de frecuencias correspondiente.

Intervalo	Frecuencia



b) En un maratón se registró la velocidad de los seis primeros lugares.

Competidor	Rodrigo	Diego	Paula	Lorenzo	Samuel	Jorge
Velocidad (km/h)	10.5	10.75	14.2	10	9.65	13

- Calcula la media y la desviación media de los datos.

____

- ¿La media es un dato representativo? ¿Por qué? __________

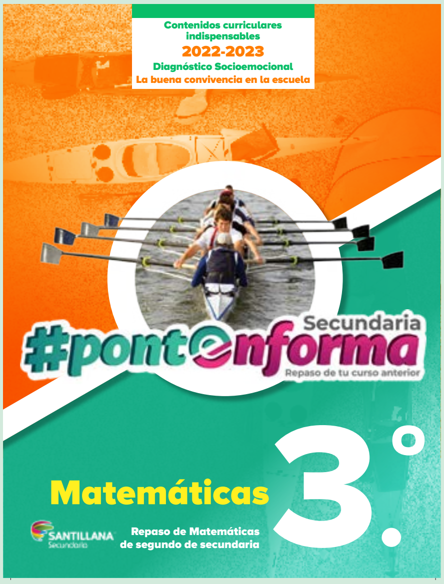
____

c) Se lanzan al aire dos monedas.

- ¿Cuál es el espacio muestral? Denota por A el hecho de que caiga águila y por S de que caiga sol.

____

- Calcula la probabilidad de los eventos.
  A: Cayeron dos águilas. __________
  B: Cayeron un águila y un sol. __________
  C: Cayeron dos soles. __________



Este cuaderno fue elaborado en Editorial Santillana por el equipo de la Dirección de Contenidos de Negocio Público.

Dirección de Contenidos:
Antonio Moreno Paniagua
Gerencia de Educación Obligatoria:
Gabriel Hernández Valverde
Gerencia de Diseño Editorial y Arte Digital:
Humberto Ayala Santiago
Gerencia de Desarrollo Pedagógico:
María Guadalupe Sevilla Cárdenas

- **Autoría de las fichas:** Pilar Martínez Téllez, Leticia Contreras Sandoval, Marco Aurelio Riva Palacio y Santana, María Trigueros Gaisman, Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres, María Dolores Lozano Suárez, Mercedes Cortés Lascurain, Emanuel Jinich Charney, Mónica Inés Shulmaister y Beatriz Tomasini Chiñas
- **Coordinación editorial:** Laura Alejandra Ramos Mastache y Ma. del Pilar Vergara Ríos
- **Edición:** Enrique Martínez Sánchez, Selene Hernández Guerra, Diana Angélica Gasca González, Milosh Santiago Trnka Rodríguez y Cintya Vázquez Sánchez
- **Coordinación de corrección de estilo:** Enrique Paz Ochoa
- **Corrección de estilo:** Samantha Silvia Acosta Espinosa
- **Coordinación de diseño:** Haydée Jaramillo Barona
- **Líder de diagramación:** Cristian Cedillo Rodríguez
- **Diseño de interiores:** Cristian Cedillo Rodríguez
- **Diseño de portada:** Cristian Cedillo Rodríguez e Irving Martín Sánchez Hernández
- **Diagramación:** Merkaba Capital Humano, S.A. de C.V.
- **Líder de iconografía:** Marissa Eva Arroyo Bautista
- **Iconografía:** Consorcio Empresarial Workpatch Solutend, S.A. de C.V.
- **Ilustración de interiores:** Ismael Segura Posadas
- **Fotografía:** Latinstock, Shutterstock y Gettyimages

ISBN: 978-607-01-4910-8
Primera edición: agosto de 2022

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.
Reg. Núm. 802