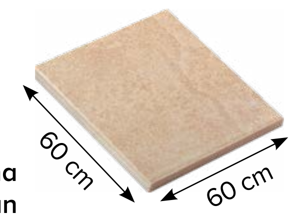
Ficha 2

Potencias, raíces y notación científica

Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.

Antes de empezar



1. Analiza cada enunciado y responde.

- **Miguel decidió cambiar el piso de su recámara, que es una superficie cuadrada y tiene un área de 36 m². Le gustan unas losetas como la que se muestra en la imagen.**

  a) ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene el área de cada loseta? ____________

  b) ¿Cuántas losetas se necesitan para cubrir el piso de la recámara?

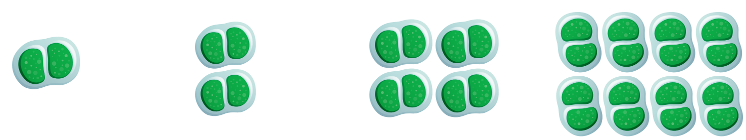
- **En un terreno cuadrado se quieren plantar filas de árboles con el mismo número de árboles en cada fila y en cada columna.**

  a) ¿Cuál es el número máximo de árboles que se pueden colocar en cada fila, si se tienen en total 28 árboles? _________ ¿Cuántos árboles sobran? ____________________

  b) ¿Cuál es el número máximo de árboles que se pueden colocar en cada fila, si se tienen en total 147 árboles? ______________ ¿Cuántos árboles sobran? ____________________

- **En un laboratorio se estudia cómo se reproduce un parásito unicelular y se observa que, en ciertas condiciones, cada parásito se divide en dos parásitos cada día.**

  1.er día | 2.º día | 3.er día | 4.º día



  _________ _________ _________ _________

  a) Escribe el número de parásitos que hay cada día.

  b) ¿Cuántos parásitos habrá el sexto día? Escribe tu respuesta como un entero, como un producto de factores iguales y como potencia.

  Producto de factores: ____________________

  Potencia: ____________ Entero: ________

© SANTILLANA

Repaso lo que aprendí

Cuadrados perfectos

Elevar al cuadrado un número es multiplicar el número por sí mismo; por ejemplo:

$$2^2 = 2 \times 2 = 4 \qquad \text{y} \qquad 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

Los números enteros que resultan de elevar un número entero al cuadrado se llaman **cuadrados perfectos**. Por ejemplo, 4 y 64 son cuadrados perfectos, 225 también es un cuadrado perfecto porque $15^2 = 15 \times 15 = 225$.

Cada vez que elevamos un entero al cuadrado, obtenemos un cuadrado perfecto.

1. Realiza lo que se indica.

a) Escribe el cuadrado de los siguientes números.

$2^2 =$ ______ $(-2)^2 =$ ______

$4^2 =$ ______ $(-4)^2 =$ ______

$6^2 =$ ______ $(-6)^2 =$ ______

$15^2 =$ ______ $(-15)^2 =$ ______

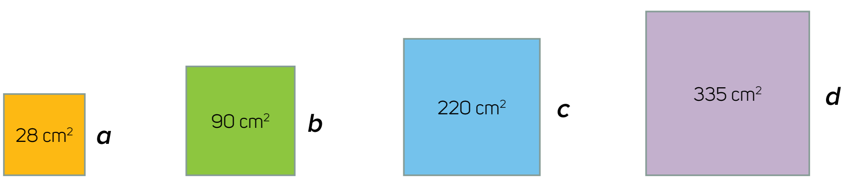
b) Los siguientes números son cuadrados perfectos. Escríbelos como un número elevado al cuadrado de dos formas distintas.

25 = ______ 25 = ______

81 = ______ 81 = ______

144 = ______ 144 = ______

2. Analiza los cuadrados. Dentro de cada uno aparece su área. La letra representa la longitud de cada lado.



a) Escribe una expresión algebraica que permita calcular el área de cada cuadrado.

______ = 28 ______ = 90 ______ = 220 ______ = 335

b) ¿El área de cada cuadrado es un cuadrado perfecto? ______ ¿Por qué?

______

______

c) ¿El área de cualquier cuadrado de lado *x* es un cuadrado perfecto? ______ ¿Por qué? ______

© SANTILLANA

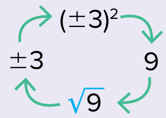
Raíz cuadrada de un número

La raíz cuadrada de un número *a*, mayor o igual que cero, se denota así: $\sqrt{a}$.

El símbolo $\sqrt{}$ se llama **radical**, el número *a* se llama **radicando** y el valor de $\sqrt{a}$ se llama **raíz** de *a*.

La raíz cuadrada de un número es la operación inversa de elevar un número al cuadrado. Eso significa que la raíz de un número *a* es igual a un número *b* siempre que el cuadrado de *b* sea igual al número *a*:

$$\sqrt{a} = b \text{ siempre que } a = b^2$$
$$\sqrt{a} = \sqrt{b^2} = b$$



Por ejemplo: $\sqrt{81} = 9$ porque $81 = 9^2$; $\sqrt{0} = 0$.

Aprende en casa

bit.ly/3SnM3vl

1. Calcula las raíces.

a) $\sqrt{64}$ = ______ **c)** $\sqrt{225}$ = ______ **e)** $\sqrt{576}$ = ______

b) $\sqrt{144}$ = ______ **d)** $\sqrt{324}$ = ______ **f)** $\sqrt{400}$ = ______

2. Mentalmente determina el número que va en el radical y escríbelo.

a) $\sqrt{}$ = 10 **c)** $\sqrt{}$ = 6 **e)** $\sqrt{}$ = 5

b) $\sqrt{}$ = 20 **d)** $\sqrt{}$ = 60 **f)** $\sqrt{}$ = 50

3. Realiza lo que se indica.

a) Escribe el cuadrado de los siguientes números.

3^2 = ______ 9^2 = ______ 15^2 = ______ 1^2 = ______

0.9^2 = ______ 0.1^2 = ______ 0.54^2 = ______ 0.7^2 = ______

b) Escribe el símbolo “<” (menor que) o “>” (mayor que) según corresponda.

3^2 ______ 3 8^2 ______ 8 15^2 ______ 15

0.9^2 ______ 0.9 0.54^2 ______ 0.54 0.7^2 ______ 0.7

c) ¿Cuándo un número es menor que su cuadrado? ______________________

____

¿Y cuándo es mayor que su cuadrado? ______________________

____

d) Calcula las raíces.

$\sqrt{4}$ = ______ $\sqrt{64}$ = ______ $\sqrt{81}$ = ______ $\sqrt{121}$ = ______

e) Si el radicando *x* es mayor que 1, ¿qué es mayor: *x* o $\sqrt{x}$? ______________

f) Escribe ahora el resultado de las siguientes raíces.

$\sqrt{0.25}$ = ______ $\sqrt{0.81}$ = ______ $\sqrt{0.0016}$ = ______ $\sqrt{0.000049}$ = ______

© SANTILLANA

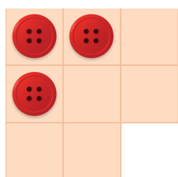
Raíces cuadradas que no son un entero

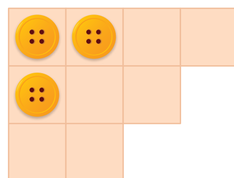
Solo los números que son cuadrados perfectos tienen como raíz cuadrada un número entero. Los números enteros que no son cuadrados perfectos tienen como raíz cuadrada números con una infinidad de cifras decimales. El valor que arroja la calculadora es una aproximación al valor de la raíz cuadrada.

Geométricamente, si el área de un cuadrado no es un número cuadrado perfecto, el lado del cuadrado, que es la raíz del área, no es un número entero.

1. Analiza el problema y haz lo que se solicita.

La costurera Érika quiere construir organizadores para sus botones. Dibuja diseños de cajones cuadrados con casillas cuadradas del mismo tamaño para colocar un botón en cada casilla. En un cajón pretende colocar 20 botones rojos y en otro, 32 amarillos. Érika empezó a trazar los diseños de los dos cajones y dibujó los primeros tres botones en cada uno.





a) ¿Cuántas casillas por lado debe tener el cajón cuadrado para poder colocar el mayor número de botones rojos? ______ ¿Cuántos botones rojos podrán colocar en este cajón? ______ ¿Cuántos botones rojos sobran? ______

b) ¿Cuál es el mayor número de casillas por lado que debe tener el cajón cuadrado para poder colocar el mayor número de botones amarillos? ______ ¿Cuántos botonoes amarillos podrán colocar en ese cajón? ______ ¿Cuántos botones amarillos sobraran? ______

c) Si se quisiera construir un cajón cuadrado para poder colocar el mayor número posible de 50 botones verdes, ¿cuántas casillas debe tener el cajón en cada lado? ______ ¿Cuántos botones se pueden colocar? ______ ¿Cuántos botones sobran? ______

2. ¿Son cuadrados perfectos los números 20, 32 y 50? ______ ¿Por qué?

____

3. Escribe el primer cuadrado perfecto menor y el primero mayor de cada uno de los tres números.

$\_\_\_ < 20 < \_\_\_$ $\qquad$ $\_\_\_ < 32 < \_\_\_$ $\qquad$ $\_\_\_ < 50 < \_\_\_$

4. Escribe entre qué números se encuentran las raíces de 20, 32 y 50.

$\_\_\_ < \sqrt{20} < \_\_\_$ $\qquad$ $\_\_\_ < \sqrt{32} < \_\_\_$ $\qquad$ $\_\_\_ < \sqrt{50} < \_\_\_$

© SANTILLANA

Aproximación a la raíz de un entero que no es cuadrado perfecto

La raíz de un número entero *a* que no es un cuadrado perfecto se encuentra entre la raíz de los dos primeros cuadrados perfectos consecutivos, entre los que está el número *a*.

Por ejemplo:

Si $a = 115$, entonces $10 < \sqrt{115} < 11$, porque $10^2 < 115 < 11^2$.

1. Completa.

a) ______ $< \sqrt{12} <$ ______, porque ______ $<$ 12 $<$ ______

b) ______ $< \sqrt{18} <$ ______, porque ______ $<$ ______ $<$ ______

c) ______ $< \sqrt{26} <$ ______, porque ______ $<$ ______ $<$ ______

d) ______ $< \sqrt{84} <$ ______, porque ______ $<$ ______ $<$ ______

Potencia de un número

La **potencia *n* de un número** *a* es la multiplicación repetida del número *a* tantas veces como lo indique el número *n*, y se denota así:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ factores}}, \text{ con } n \text{ un número entero positivo.}$$

El número *a* se llama base y el número entero *n* se llama exponente. Por ejemplo, la potencia 5 del número 4 es $4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$; la base es 4 y el exponente es 5.

Ten en cuenta la diferencia entre -3^2 y $(-3)^2$. En la expresión -3^2, primero se calcula $3^2 = 9$ y luego se agrega el signo menos para obtener $-3^2 = -9$. En la segunda expresión, el exponente se aplica a la base -3: $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$.

Aprende en casa

bit.ly/3SgwHc1

1. Realiza lo siguiente.

a) Completa la tabla.

Potencia	Desarrollo	Resultado	Base	Exponente
$(-3)^2$				
$(-3)^3$				
$(-3)^4$	$(-3)^1 \times (-3)^1 \times (-3)^1 \times (-3)^1$	81	-3	4
$(-3)^5$				

b) Si *a* es un número positivo, ¿qué signo tiene el resultado de a^2? ______

¿Y el de $(-a)^2$? ______ ¿Y el de a^3? ______ ¿Y el de $(-a)^3$? ______

2. Realiza las operaciones.

a) $5^2 + -(1^{80}) + 3^3 + 0^{12} =$ ______

b) $2^1 + 1^1 + 1^2 + 1^3 =$ ______

c) $0^2 + 0^{14} - 0^{39} + 0^0 + 1^{90} =$ ______

d) $1^{200} + 0^{55} + 4^3 =$ ______

e) $4^3 + (-1)^{90} + (-8)^2 =$ ______

f) $0^{100} + 9^2 + 3^2 + (-1)^{12} =$ ______

g) $5^3 + (-6)^3 + 3^2 + 0^{12} =$ ______

h) $(-3)^2 + 1^{508} + 7^2 + 0^{120} =$ ______

© SANTILLANA

Producto de dos potencias y cociente de potencias

El **producto de dos potencias de la misma base** es la base elevada a la suma de los exponentes; es decir, si m y n son dos números enteros mayores o iguales que 1:

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Por ejemplo, $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$ y $9^5 \times 9^4 = 9^{5+4} = 9^9$.

El cociente de dos potencias de la misma base (distinta de cero) es una potencia que tiene esa base y el exponente que se obtiene al restar el exponente del dividendo menos el del divisor. La base debe ser distinta de cero, pues la división entre cero no está definida.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \text{ con } a \neq 0, m \text{ y } n \text{ números enteros positivos.}$$

La regla del cociente de potencias de la misma base $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ se cumple para números enteros m y n, cuando $n = m$, cuando $n > m$ y cuando $n < m$. Se establecen, además, las siguientes igualdades:

$$a^1 = a, \qquad \frac{a^n}{a^n} = a^0 = 1 \qquad \text{y} \qquad \frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{-n}, \; a \neq 0$$

1. **Escribe el resultado de las operaciones como una sola potencia.**

a) $(-5)^2 \times (-5)^6 =$ ______

b) $13^4 \times 13^7 =$ ______

c) $-3^2 \times 3^5 \times 3^3 =$ ______

d) $(-2)^2 \times (-2)^3 =$ ______

e) $15^0 \times 15^7 =$ ______

f) $p^3 \times p^4 =$ ______

g) $a^3 \times a^6 =$ ______

h) $(-x)^4 \times (-x)^5 =$ ______

i) $\frac{8^9}{8^5} =$ ______

j) $\frac{15^{147}}{-15^{126}} =$ ______

k) $\frac{(-a)^{2n}}{(-a)^n} =$ ______

l) $\frac{3^6}{(-3)^5} \times -\frac{(-3)^4}{3} \times 3 =$ ______

Aprende en casa

bit.ly/3JsU5z2

Potencia de un producto y de un cociente, y potencias de potencias

La **potencia del producto de dos números** es igual al producto de las potencias formadas por cada uno de los números.

$$(ab)^n = a^n b^n, \text{ con } n \text{ un número entero}$$

La **potencia formada por un cociente elevado a un exponente** es igual al cociente de las potencias formadas por cada uno de los números elevados al mismo exponente. Se puede representar lo anterior de la siguiente forma:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ con } n \text{ un número entero y } b \neq 0.$$

Al elevar **una potencia a^n a un exponente m**, se obtiene una potencia de base a y un exponente $n \times m = nm$, es decir:

$$(a^n)^m = a^{nm}, \text{ para } n \text{ y } m \text{ números enteros}$$

1. **Subraya los incisos cuyas igualdades son verdaderas.**

a) $\frac{5^3}{15^3} = 3^{-3}$

b) $(3^2)^3 \div (3^3)^3 = \frac{1}{3^2}$

c) $\frac{7^{13}}{(7^3 \times 7^2)^5} = 7^{-12}$

d) $2^{-1} \times 2^3 \times 2^{-2} = 1$

© SANTILLANA

2. **Haz las operaciones.**

a) $5 \times \frac{(4^2 - 2^3)^5}{[(2 \times 4)^2]^4} =$

b) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} + \left(\frac{2^2}{5^2}\right)^2 =$

Notación científica

Para escribir números muy grandes o muy pequeños en forma abreviada, se usa la notación científica. Un número escrito en notación científica es de la forma $a \times 10^k$, donde k es un entero y a es un número decimal mayor o igual que 1 y menor que 10.

Escribir un número en notación científica es escribirlo como un número decimal con una sola cifra entera y multiplicarlo por una potencia de 10 con exponente igual al número de cifras que se debe recorrer el punto decimal, para que el producto dé como resultado el número original.
Si el número es muy grande, por ejemplo 235 000 000, entonces:
1. Se coloca el punto decimal para que quede con una sola cifra entera: 2.35000000
2. Se cuentan las cifras a la derecha del punto: 8 cifras
3. Se eliminan los ceros a la derecha de la última cifra decimal distinta de cero: 2.35
4. Se multiplica el número anterior por la potencia de 10 con exponente igual al número obtenido en el segundo paso, el cual es el número de cifras que debe recorrerse el punto a la derecha para obtener el número original:

$$2.35 \times 10^8 = 235000000$$

Si el número es muy pequeño, por ejemplo 0.000000000009301, entonces:
1. Se coloca el punto decimal para que quede con una sola cifra entera: 0000000000009.301
2. Se cuentan las cifras que se debe recorrer el punto decimal del número anterior, para obtener el original: 12 cifras
3. Se eliminan los ceros a la izquierda de la cifra entera: 9.301
4. Se multiplica el número anterior por la potencia de 10 con exponente igual al número obtenido en el segundo paso, pero le antecede el signo menos (−), pues ahora el punto se debe recorrer a la izquierda para que el producto sea igual al número original:

$$9.301 \times 10^{-12} = 0.000000000009301$$

Aprende en casa

bit.ly/3bqhG6l

1. **¿Qué números no están escritos en notación científica? Explica por qué.**

a) 0.325×10^{14} **b)** 8.15×10^{20} **c)** 9.25×10^{-2} **d)** 10.8×10^{-17}

2. **Escribe los números en notación científica.**

a) 0.000000000000584 **b)** 8 975 000 000 000 000 000

Quiero saber más

Ingresa al sitio bit.ly/3zpXGZV donde encontrarás varios juegos para practicar la notación científica. Primero elige el juego “De notación científica a notación decimal” y juega varias veces, hasta que no tengas fallas. Después escoge otros juegos. Cuando no sepas cómo proceder, selecciona “¡ME RINDO!”, revisa los resultados y analiza en qué fallaste, para que no vuelvas a errar.

© SANTILLANA

Operaciones con notación científica

Para sumar o restar dos números en notación científica...

- si los exponentes de las potencias de 10 son iguales, se escribe la suma como un producto con un factor igual a la potencia común de 10.
- si los exponentes son distintos, se escribe la suma como un producto con un factor igual a la potencia de 10 de mayor exponente.

En los dos casos, el resultado final se escribe en notación científica.

Para multiplicar o dividir dos números en notación científica, se multiplican o dividen los números que preceden las potencias, y también se multiplican o dividen las potencias de 10. El resultado se escribe en notación científica. Ejemplos:

- $8.5 \times 10^{15} + 3.4 \times 10^{18} = (8.5 \times 10^{-3} + 3.4) \times 10^{18} = (0.0085 + 3.4) \times 10^{18} = 3.4085 \times 10^{18}$
- $(9.2 \times 10^{8}) \times (3.2 \times 10^{-2}) = (9.2 \times 3.2)(10^{8} \times 10^{-2}) = 29.44 \times 10^{6} = 2.944 \times 10^{7}$
- $(9.2 \times 10^{8}) \div (3.2 \times 10^{-2}) = (9.2 \div 3.2)(10^{8} \div 10^{-2}) = 2.875 \times 10^{10}$

1. Realiza las operaciones.

a) $2.5 \times 10^{-12} + 3.7 \times 10^{-12} =$ ______

b) $(1.8 \times 10^{12}) \times (6.3 \times 10^{32}) =$ ______

c) $(6.4 \times 10^{11}) \div (6.2 \times 10^{8}) =$ ______

2. Resuelve los problemas.

a) Considera que la rapidez de la luz es de 300 000 kilómetros por segundo, que un año luz equivale a la cantidad de kilómetros que, en el vacío, recorre la luz en un año, y que la rapidez es la distancia entre el tiempo. Calcula la cantidad de segundos que hay en un año.

______

b) Nuestra galaxia, donde está el sistema solar, es la Vía Láctea, que tiene 150 000 años luz de diámetro. Comparativamente, nuestro planeta es un pequeño e insignificante punto perdido en la galaxia. ¿Cuánto mide el diámetro de la Vía Láctea en kilómetros?

______

c) La masa de un electrón es aproximadamente:
0.000000000000000000000000000000911 kg

- Escribe este número con notación científica. ______
- Se sabe que un neutrón tiene una masa que es casi 1 838 veces mayor que la de un electrón. Usa esta información y encuentra el valor aproximado de la masa de un neutrón. ______

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 100 a 129

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 32 a 47, 110 a 123 y 198 a 201

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 106 a 135

© SANTILLANA