

Ecuaciones lineales con dos incógnitas



Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.



Antes de empezar

1. Escribe en cada caso la o las ecuaciones que representan la situación.

- a) La suma de dos números es 27. ¿Cuáles son los números? _____
- b) El perímetro de un rectángulo mide 12 cm y el largo mide la mitad del ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones? _____
- c) La diferencia entre dos números es 4 y uno de ellos es el doble del otro. ¿Cuáles son los números? _____
- d) Mi hermana es dos años mayor que yo. ¿Qué edad tiene mi hermana? _____

- e) ¿En cuáles casos tienes suficiente información para encontrar la respuesta? _____
 ¿Cuál es la respuesta en esos casos? _____

2. Verifica que la pareja de números $x = 2$ y $y = -4$ es solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 14 \\ -5x + y = -14 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -x - 5y = 18 \\ -3x - 9y = 30 \end{cases}$$

3. Resuelve los sistemas de ecuaciones.

a)
$$\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 16 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y = 24 \\ y = 2x \end{cases}$$



Repaso lo que aprendí

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es una pareja de ecuaciones de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

donde a , b , c , d , e y f son constantes, mientras que x y y son incógnitas.

Los siguientes son ejemplos de sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 5 + 3y \\ 5y = 1 + 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y - 10 \\ 3x = 2 + 5y \end{cases}$$

Se coloca una llave o corchete a la izquierda de las ecuaciones para resaltar el hecho de que no son ecuaciones independientes, sino un sistema de ecuaciones.

La pareja de números x y y es **solución del sistema de ecuaciones** si dicha pareja es solución de cada una de las ecuaciones del sistema. Así, la pareja de números $x = 4$ y $y = 3$ es solución del primer sistema de ecuaciones puesto que:

$$\begin{aligned} 4 + 3 &= 7 \\ 4 - 3 &= 1 \end{aligned}$$

1. Lee y responde.

Un alumno resolvió el siguiente sistema de ecuaciones como sigue: Si $x = 7$, entonces $y = 4$, y como $2x = 14$, entonces $y = 2$.

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$$

Explica por qué el procedimiento anterior es incorrecto. _____

2. Formula un sistema de ecuaciones para cada problema.

- a) Daniel pagó \$8 por una pluma y un lápiz; Adriana compró ocho plumas y seis lápices en el mismo lugar y pagó \$54. ¿Cuál es el precio de una pluma y el de un lápiz?
- b) Por la mañana, una compañía de distribución de materiales de construcción mandó dos camiones de distinta capacidad para hacer una entrega de cemento; entre los dos entregaron ocho toneladas, cargados a su máxima capacidad. Por la tarde, uno de los camiones hizo cuatro viajes y el otro hizo seis y, entre ambos, entregaron 38 toneladas de cemento, también cargados a su máxima capacidad. ¿Cuántas toneladas de cemento contiene cada camión cargado a su máxima capacidad?



- c) La suma de dos números es 8 y el cuádruple de uno de ellos más el séxtuple del otro es igual a 38. ¿Cuáles son los números?

3. Realiza lo que se pide y contesta.

- a) Escribe la o las ecuaciones que representen cada enunciado.

Problema 1: El perímetro de un rectángulo mide 24 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? _____

Problema 2: La suma de dos números es 13 y uno de ellos es cuatro unidades mayor que el otro. ¿Cuáles son los números? _____

Problema 3: Pagué \$45 por dos tortas y un jugo. ¿Cuánto cuesta una torta? _____

Problema 4: El perímetro de un triángulo equilátero mide 27 cm. ¿Cuánto mide el lado del triángulo? _____

- b) ¿Cuántas incógnitas tienen las ecuaciones en cada caso?

Problema 1: _____ Problema 2: _____

Problema 3: _____ Problema 4: _____

- c) ¿En cuáles casos no puedes encontrar la solución sin más información?

4. Plantea un sistema de ecuaciones para cada problema.

- a) La suma de dos números positivos es 10 y su diferencia es 6. ¿Cuáles son esos dos números?

- b) Dos números suman 36 y el primero es igual al doble del segundo. ¿De qué números se trata?

- c) Doña Rosa vende artículos de barro. Un cliente le compró dos ollas y tres cazuelas y pagó \$294. Otra persona se llevó cinco ollas y cinco cazuelas, del mismo tipo que las anteriores, por \$565. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

- d) Entre mi abuelo y mi hermano tienen 76 años. Si mi abuelo es 60 años mayor que mi hermano, ¿qué edad tiene cada uno?

Solución gráfica de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas siempre puede representarse gráficamente mediante dos rectas.

Si el sistema de ecuaciones es

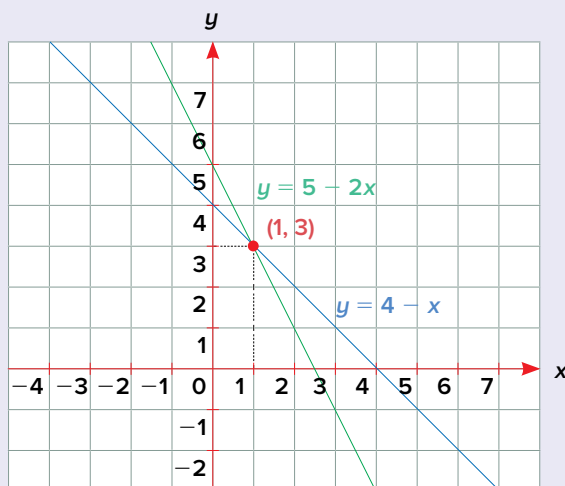
$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$$

Y si las rectas se intersecan en el punto de coordenadas (x, y) , entonces la pareja de valores x y y es solución del sistema de ecuaciones.

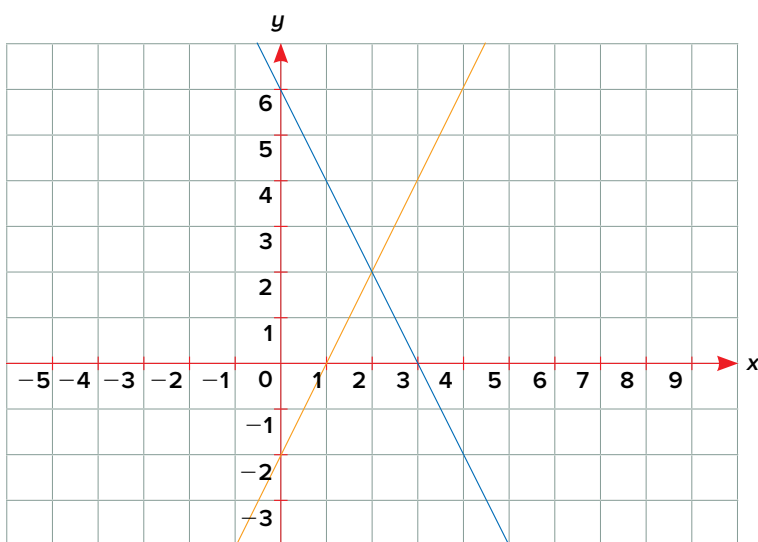
Por ejemplo, la solución del sistema

$$\begin{cases} y = 4 - x \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

es $x = 1, y = 3$, pues las rectas se cortan en el punto de coordenadas $(1, 3)$.



1. Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente a la representación gráfica. Luego contesta.



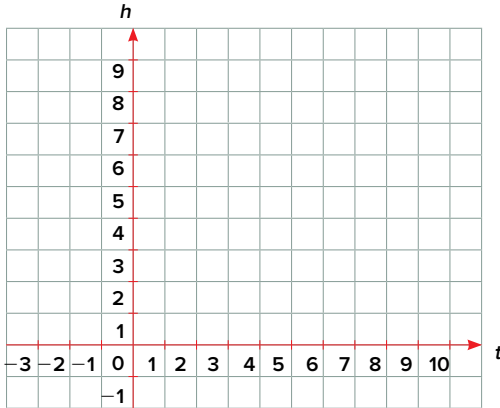
Sistema de ecuaciones:

- a) ¿Cuál es la solución del sistema? _____
- b) Comprueba tus respuestas.

- Revisa tus respuestas con apoyo de tu profesor y determinen si hay uno o más conceptos que debes repasar para mejorar tu aprendizaje.

2. Lee cada problema y plantea un sistema de ecuaciones que lo represente. Luego, elabora gráficamente las ecuaciones en el plano cartesiano y obtén la solución. Comprueba tu respuesta sustituyendo los valores en las ecuaciones.

- a) Un depósito, A, se llena de manera que el nivel del agua sube un metro por minuto. Otro depósito, B, se vacía de forma que el nivel del agua baja un metro por minuto. El llenado y el vaciado de los depósitos comienza al mismo tiempo, cuando el depósito A está vacío y el nivel del agua en el depósito B es de 8 metros. ¿En qué momento los dos depósitos tendrán la misma altura de agua y cuánto tiempo habrá transcurrido?

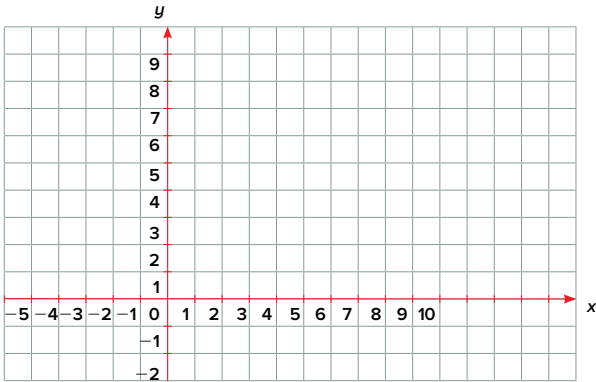


Sistema de ecuaciones:

Solución: _____

Comprobación:

- b) El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y la longitud del lado y mide 6 cm más que la del lado x . ¿Cuánto mide de largo y de ancho?

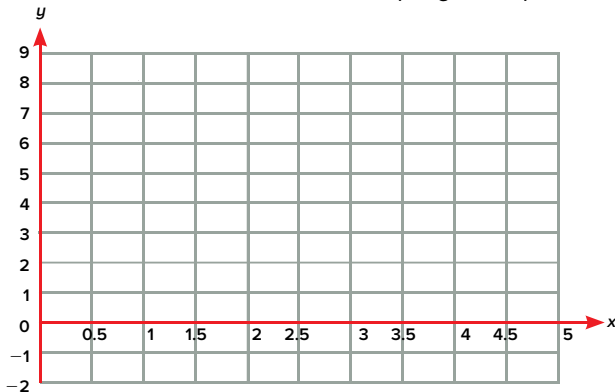


Sistema de ecuaciones:

Solución: _____

Comprobación:

- c) Antonio y Esteban van a la papelería. Antonio paga \$9 por dos lápices y una pluma, Esteban compra tres lápices y una pluma por \$11. ¿Cuánto vale cada lápiz y cada pluma?



Sistema de ecuaciones:

Solución: _____

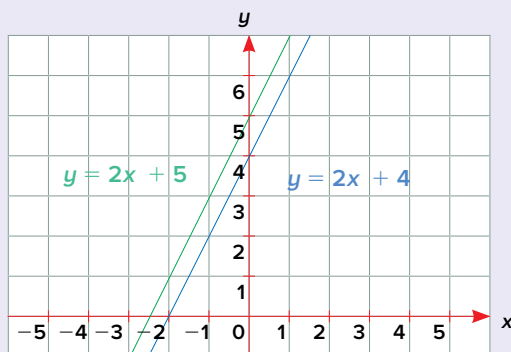
Comprobación:

Sistemas de dos ecuaciones que no tienen solución

Si las rectas correspondientes al sistema de ecuaciones son paralelas con diferente ordenada al origen y no se cortan en algún punto, el sistema de ecuaciones no tiene solución. Para saber si las rectas son paralelas, basta verificar que sus pendientes son iguales. Por ejemplo, el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

no tiene solución, pues la pendiente de ambas rectas es 2y, por tanto, son paralelas.



1. Representa el sistema de ecuaciones en el plano cartesiano y responde.

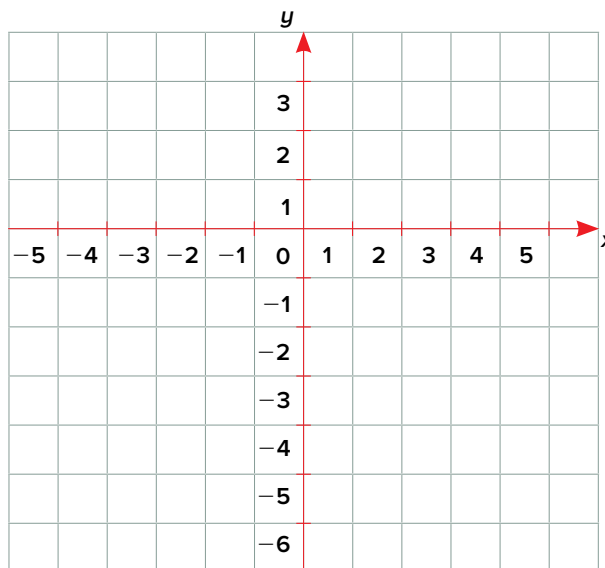
$$\begin{cases} y = 5x - 4 \\ y = 5x - 3 \end{cases}$$

a) ¿Cuál es la pendiente de cada una de las rectas? _____

b) ¿Cuál es su ordenada al origen _____

c) ¿Hay algún punto que esté en ambas rectas? _____ Explica tu respuesta. _____

d) ¿El sistema de ecuaciones puede tener solución? _____ ¿Por qué? _____



Quiero saber más

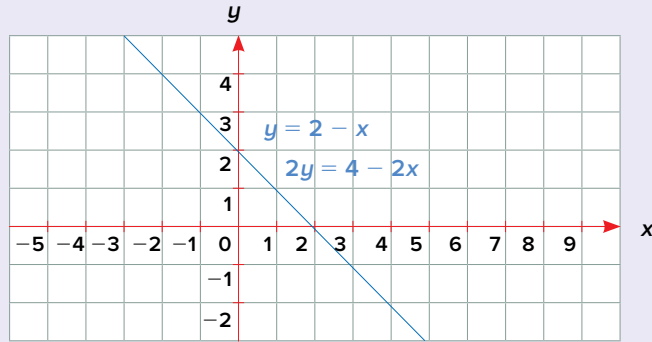
En el siguiente vínculo bit.ly/3SlwBzw encontrarás un video acerca del número de soluciones de un sistema de ecuaciones.

Sistemas de dos ecuaciones que tienen una infinidad de soluciones

Si las rectas correspondientes al sistema de ecuaciones coinciden en la gráfica, el sistema tiene una **infinitud de soluciones**. Para saber si las rectas coinciden, basta con verificar que sus pendientes y sus ordenadas al origen son iguales.

Por ejemplo, el sistema de ecuaciones $\begin{cases} y = 2 - x \\ 2y = 4 - 2x \end{cases}$

tiene una infinidad de soluciones ya que las dos ecuaciones representan a la misma recta.



1. Haz lo que se pide.

- a) Escribe las coordenadas de tres puntos que estén sobre la recta correspondiente a la primera ecuación del siguiente sistema: _____

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ -2y = 6 - 4x \end{cases}$$

- b) ¿Algunas de esas parejas de puntos satisfacen la segunda ecuación?

- c) ¿Cuál es la pendiente de cada recta? _____

- d) ¿Cuál es su ordenada al origen? _____

- e) Grafica las rectas en el plano cartesiano.

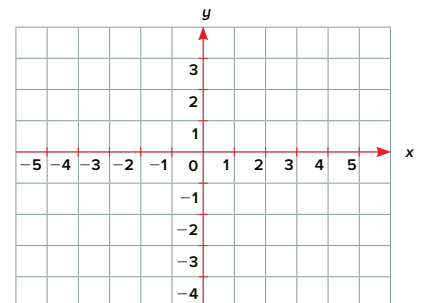
- f) Escribe las coordenadas de otros tres puntos que estén en ambas rectas.

_____ ¿Estos puntos son solución del sistema? _____

¿Por qué? _____

- g) ¿Cuántas soluciones piensas que tiene este sistema de ecuaciones? _____

_____ ¿Por qué?



Método de sustitución

Un método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituirla en la otra.

Por ejemplo, para resolver el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

1. Despejamos x en la primera ecuación: $x = 35 - y$.
2. Sustituimos esta expresión en la segunda ecuación: $2(35 - y) + 4y = 94$.
3. Al efectuar las operaciones y agrupar los términos semejantes obtenemos la ecuación: $2y + 70 = 94$, cuya solución es $y = 12$.
4. Por último sustituimos este valor en la primera ecuación: $x + 12 = 35$, de donde concluimos que $x = 23$.

También se puede comenzar despejando primero la incógnita y y sustituirla en la otra ecuación.

A este método de solución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas se le llama **método de sustitución**.

1. Usa el método de sustitución para encontrar la solución de los sistemas. Anota tus operaciones y comprueba que los valores obtenidos son solución del sistema.

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 & x = \\ 4x - 3y = -1 & y = \end{cases}$$

Comprobación:

b)
$$\begin{cases} x + 6y = 8 & x = \\ 2x + 5y = 2 & y = \end{cases}$$

Comprobación:



2. Lee los problemas, plantea un sistema de ecuaciones para cada uno y resuélvelo mediante el método de sustitución.

- a) Berenice tiene dos cubetas, a una le caben cuatro litros más que a la otra y juntas tienen capacidad para 10 litros. ¿Cuál es la capacidad de cada cubeta?

Sistema de ecuaciones:

Solución: _____

- b) Dos números enteros suman 8 y cuatro veces el primero más seis veces el segundo es igual a 54. ¿De qué números se trata?

Sistema de ecuaciones:

Solución: _____



Quiero saber más

En el enlace bit.ly/3PRMwnN podrás practicar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales de dos variables.

Método de igualación

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las incógnitas en ambas ecuaciones e igualar estas últimas.

Así, por ejemplo, para resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

1. Despejamos x en ambas ecuaciones: $\begin{cases} x = \frac{7 - 3y}{2} \\ x = 1 + y \end{cases}$

2. Igualamos las expresiones para obtener una ecuación con una sola incógnita:

$$\frac{7 - 3y}{2} = 1 + y$$

3. Resolvemos esta ecuación y obtenemos $y = 1$.

4. Sustituimos este valor en cualquiera de las ecuaciones del sistema, por ejemplo en la segunda, y obtenemos $x = 1 + 1 = 2$. De modo que la pareja de valores $x = 2, y = 1$ es la solución del sistema.

A este método de solución se le conoce como **método de igualación**.

 **Aprende en casa**



bit.ly/3z9r05A

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones con el método de igualación. Comprueba tu respuesta.

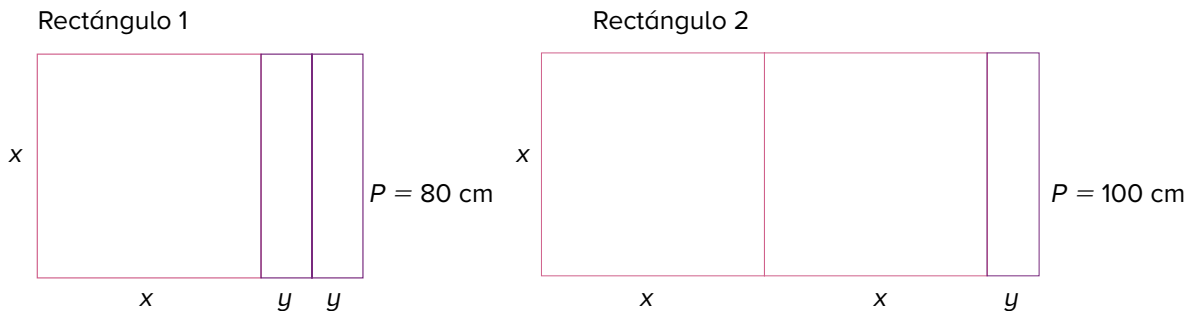
a) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 3x + y = 90 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = \\ y = \end{matrix}$ b) $\begin{cases} 4x - y = 15 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = \\ y = \end{matrix}$

Comprobación:

Comprobación:

2. Plantea un sistema de ecuaciones para representar las siguientes situaciones y resuelve utilizando el método de igualación.

a) Se tienen dos trozos de cartulina rectangulares con las dimensiones que se muestran en las figuras. Si el perímetro de la primera es de 80 cm y el de la segunda es de 100 cm, ¿cuánto miden la base y la altura de cada una?



Sistema de ecuaciones:

Solución: _____

Método de suma y resta

Otro método para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en lo siguiente:

1. Multiplicar cada una de las ecuaciones del sistema por un número que haga que los coeficientes de alguna de las incógnitas sean iguales.
2. Sumar o restar las dos ecuaciones del sistema para obtener una ecuación con una sola incógnita.
3. Resolver esta ecuación y sustituir el valor obtenido en alguna de las ecuaciones del sistema original para encontrar el valor de la otra incógnita.

A este método de solución de un sistema de ecuaciones se le conoce como **método de suma y resta**.

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones utilizando el método que se indica en cada caso. Anota tus operaciones.

- a) Con el método de sustitución

$$\begin{cases} 5x - 6y = -4 \\ -3x + 4y = 0 \end{cases}$$

Solución:

- b) Con el método de suma y resta

$$\begin{cases} 6x - 5y = 27 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$$

Solución:

2. Plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para cada situación y resuélvelo.

- a) La edad de Mireya es la cuarta parte de la edad de su papá. Dentro de 7 años, será la tercera parte. ¿Qué edades tienen Mireya y su papá?
- b) El día del estreno de una película se vendieron 165 boletos (normales y para estudiantes con credencial) y se recaudaron \$5 250. Si el boleto normal costó \$40 y el de estudiantes con credencial \$25, ¿cuántos boletos normales y cuántos para estudiantes con credencial se vendieron?



Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 182 a 189 y 192 a 209

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 62 a 71, 138 a 147 y 208 a 221

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 146 a 173