

Proporcionalidad directa e inversa



Contenido curricular indispensable: Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.



Antes de empezar

1. Lee la información y responde.

Para hacer una excursión escolar, se contrata el servicio de un autobús por el que se deben pagar \$1600.

- a) Se han anotado 28 alumnos para ir a la excursión. ¿Cuánto le toca pagar a cada alumno por el transporte? _____
- b) ¿Cuánto le tocaría pagar a cada uno si fueran 32 alumnos? _____
¿Y si fueran 40? _____

2. Analiza la situación y haz lo que se pide.

Un concurso consiste en sacar seis objetos del fondo de una alberca. Se hacen dos rondas y en cada una se reparten 30 puntos entre los tres concursantes, de acuerdo con el número de objetos que extrajeron. En la siguiente tabla se registra el número de objetos que sacó cada concursante.

	Primera ronda		Segunda ronda	
	Objetos sacados	Puntos	Objetos sacados	Puntos
Juan	2		1	
Pablo	2		2	
Luis	2		3	
Total	6	30	6	30

- a) Anota en la tabla el número de puntos que ganó cada concursante por ronda.
- b) Una semana después, repitieron el concurso, pero ahora se repartieron 80 puntos entre cuatro concursantes. Nadie sabía cuántos objetos había que sacar de la alberca en cada ronda. En la tabla se registra el número de objetos sacados por los concursantes en cada ronda. Complétala.

	Primera ronda		Segunda ronda	
	Objetos sacados	Puntos	Objetos sacados	Puntos
Andrés	3		6	
Pablo	2		7	
Saúl	5		4	
Arturo	6		3	
Total		80		80



Repaso lo que aprendí

Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar una de ellas por un número, la otra se divide entre el mismo número, y viceversa, si al dividir una de ellas entre un número, la otra se multiplica por el mismo número. Por ejemplo:

Magnitud 1	4	8	12	24
Magnitud 2	6	3	2	1

Si dos magnitudes son inversamente proporcionales, y a un valor x de la primera magnitud le corresponde un valor y de la segunda magnitud, entonces el producto xy es una constante que se conoce como **constante de proporcionalidad inversa**. Esto se puede escribir así:

$$xy = k, \text{ o bien } y = \frac{k}{x} \text{ o } y = k \frac{1}{x}$$

1. Lee la información y haz lo que se pide.

Ricardo quiere saber cuántos galones de pintura debe comprar para pintar 28 muros de 102 m^2 y a cuántos pintores debe contratar, considerando que todos trabajan al mismo ritmo. Sabe que con cuatro galones se pueden pintar 34 m^2 de pared, aplicando dos manos de pintura, y que un solo pintor tardaría 30 días en hacer el trabajo.



a) Escribe los datos faltantes en la tabla.

Galones de pintura	1	2	4	5	7	10	15
Metros cuadrados			34				

b) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de la situación? _____

c) ¿Cuántos galones de pintura se necesitan para pintar 102 m^2 de pared?

d) Escribe el procedimiento que seguiste para encontrar la respuesta. _____

e) Completa la tabla suponiendo que todos los pintores trabajan al mismo ritmo.

Número de pintores	1	2	3	4	5	6	7
Días	30						

f) ¿Cuántos pintores que trabajan al mismo ritmo se requieren para hacer el trabajo en tres días? _____

¿Y en dos días? _____

2. Lee y contesta.

Una toma de agua con un caudal de 18 litros por minuto tarda ocho horas en llenar una cisterna.

- a) ¿El caudal de agua y el tiempo de llenado de la cisterna varían de forma inversamente proporcional? ____ ¿Por qué? _____

- b) Si en otra ocasión la cisterna se llenó en 16 horas, ¿de cuánto era el caudal?

- c) Si el caudal fuera de 36 litros por minuto, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarse la cisterna? _____

3. Lee los problemas y escribe si las magnitudes involucradas son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos.

Problema 1. Luis da 28 pasos de 75 cm para recorrer una distancia. ¿Cuántos pasos deberá dar Ana para recorrer la misma distancia si sus pasos tienen una longitud de 60 cm?

Problema 2. Un vehículo viaja a una rapidez promedio de 110 km por hora. ¿Qué distancia recorre después de una hora y media de viaje?

Problema 3. Graciela tomó un taxi en la Ciudad de México para hacer un recorrido de 17.5 km. Si el taxi cobra \$1.07 por cada 250 metros recorridos y el banderazo (cobro por abordar el taxi) es de \$8.47, ¿cuánto pagó Graciela por su recorrido?

Problema 4. Un albañil tarda cinco días en construir un muro de 90 m². ¿Cuánto tardarán tres albañiles en construir el mismo muro trabajando a igual ritmo que el primero?

4. Resuelve.

- a) Una cisterna tarda dos horas en llenarse con una llave que vierte 15 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse con tres llaves que vierten la misma cantidad de litros por minuto?

- b) Un autobús viaja a una rapidez promedio de 90 km por hora y tarda 10 horas en llegar de una ciudad a otra. Si en otra ocasión realiza el viaje en ocho horas, ¿a qué rapidez promedio realizó este viaje?

Reparto directamente proporcional

Un reparto es **directamente proporcional** cuando se reparte una cantidad C en varias partes bajo ciertas condiciones o valores iniciales; cada parte recibe una cantidad directamente proporcional al valor inicial que le corresponde, de acuerdo con la siguiente relación:

$$\frac{\text{Cantidad total a repartir}}{\text{Suma de los valores iniciales}} = \frac{\text{Parte que le corresponde a } x}{\text{Valor inicial correspondiente a } x}$$

Al tratarse de un reparto directamente proporcional, a mayor valor inicial de una parte le corresponde mayor cantidad en el reparto.

El cociente $\frac{\text{Cantidad total a repartir}}{\text{Suma de los valores iniciales}}$ recibe el nombre de **valor unitario**. Representa la parte que corresponde a una unidad de la suma de los valores iniciales.

Por ejemplo, tres personas A, B y C adquieren un terreno de 1200 m². Para comprarlo, A puso \$142 500, B dio \$228 000 y C aportó \$199 500. Se reparten el terreno de forma directamente proporcional a lo que cada uno pagó.

- La cantidad por repartir es 1200 m².
- Las cantidades o valores iniciales son A: \$142 500, B: \$228 000, C: \$199 500.
- La suma de los valores iniciales es \$570 000.

Por ser un reparto directamente proporcional, se tiene que

$$\frac{1200}{570\,000} = \frac{\text{(Parte que le corresponde a A)}}{142\,500}$$

Al despejar la parte que le corresponde a A, se tiene:

$$\frac{1200(142\,500)}{570\,000} = 300 \text{ m}^2$$

Hacemos lo mismo para determinar lo que le toca a B:

$$\frac{1200}{570\,000} = \frac{\text{(Parte que le corresponde a B)}}{228\,000}, \text{ entonces: } \frac{1200(228\,000)}{570\,000} = 480 \text{ m}^2$$

Y a C le toca:

$$\frac{1200}{570\,000} = \frac{\text{(Parte que le corresponde a C)}}{199\,500}, \text{ entonces: } \frac{1200(199\,500)}{570\,000} = 420 \text{ m}^2$$

Comprobamos que la suma de lo que se reparte es igual a la cantidad por repartir:

$$300 + 480 + 420 = 1200 \text{ m}^2.$$

Lo anterior es equivalente a multiplicar el valor unitario $\frac{1200}{570\,000}$ por cada una de las condiciones o valores iniciales.

$$A: \left(\frac{1200}{570\,000}\right) 142\,500 = 300; \quad B: \left(\frac{1200}{570\,000}\right) 228\,000 = 480 \quad \text{y} \quad C: \left(\frac{1200}{570\,000}\right) 199\,500 = 420$$

1. Analiza el problema y haz lo que se solicita.

Gabriel, David y Rodrigo hicieron un trabajo por el que recibieron un pago de \$2700. David trabajó seis horas, Gabriel ocho y Rodrigo cuatro. Quieren repartirse el dinero de forma que cada uno reciba la parte correspondiente al número de horas trabajadas.



- a) ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

David: _____

Gabriel: _____

Rodrigo: _____

2. Resuelve los problemas.

- a) Sandra, Miguel y Édgar compraron un paquete de historietas con 147 ejemplares. Se los reparten de forma proporcional a la parte que cada uno pagó. Sandra puso $\frac{2}{7}$ partes, Miguel $\frac{1}{7}$ parte y Édgar $\frac{4}{7}$ partes. ¿Cuántas revistas le toca a cada uno?

Sandra: _____ Édgar: _____ Miguel: _____

- b) Rubén, Horacio y Ernesto trabajan en una carpintería. Entregaron un pedido por el que recibieron un pago de \$25 800. Se lo van a repartir de acuerdo con el número de horas que cada uno laboró. Rubén trabajó 15 horas, Horacio 20 y Ernesto 25. ¿Cuánto le toca a cada uno?

Rubén: _____ Horacio: _____ Ernesto: _____

3. Analiza la situación y realiza lo que se solicita.

Karen y Alexis invirtieron sus ahorros en una cuenta bancaria. A un año de la inversión cerraron la cuenta y les regresaron \$13 695, lo que incluía las utilidades. Decidieron repartírselo de acuerdo con lo que cada uno puso al abrir la cuenta. Karen aportó \$3 750 y Alexis dio \$4 550.

- a) ¿Cuál es la cantidad total con la que abrieron la cuenta? _____
 ¿Cuánto les regresaron por cada peso que invirtieron? _____

- b) Usa la información del inciso anterior para calcular la cantidad que le corresponde a cada uno.

Karen: _____

Alexis: _____

4. Analiza el texto y haz lo que se pide.

Se repartieron 700 pasteles en cuatro expendios: A, B, C y D, en partes proporcionales a $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ respectivamente.

- a) ¿Cuánto suman las proporciones? _____

b) ¿Cuántos pasteles se entregaron en cada expendio?

A: _____

B: _____

C y D: _____

5. Resuelve los problemas. Desarrolla todos los procedimientos.

a) En un poblado hay tres escuelas. El municipio reparte 1615 cajas de material didáctico de forma proporcional al número de estudiantes de cada escuela. En la escuela A hay 830 alumnos, en la B son 950 y en la C, 1450 educandos. ¿Cuántas cajas se reciben en cada escuela?

A: _____

B: _____

C: _____

b) En una tienda de zapatos hay una promoción: “Llévese dos pares y pague solamente uno”. María y Lalo deciden aprovechar la oferta. Los zapatos que escoge María cuestan \$350 y los de Lalo, \$200. Al final, pagan \$350 por ambos pares.

- ¿Cuánto debe poner cada uno si el pago se hace proporcional a lo que cuestan los zapatos que eligieron? _____

- ¿Cuánto ahorró cada uno? _____

c) Se repartieron \$2300 entre cuatro hermanos de forma proporcional a sus edades. Al primero le tocaron \$900, al segundo \$600, al tercero y cuarto, que son gemelos, les tocaron \$400. La suma de las edades de los hermanos es 46. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad del hermano mayor: _____

Edad del segundo hermano: _____

Edad de cada gemelo: _____

d) Eli y Olga compraron un billete de lotería que salió premiado con \$1350000. Se repartirán el premio de acuerdo con lo que aportó cada una al comprar el billete, el cual les costó \$3600. Eli pagó $\frac{1}{3}$ del precio del billete y Olga, $\frac{2}{3}$.

- ¿Cuánto pagó cada una por el billete? _____

- ¿Qué cantidad del premio le toca a cada una? _____

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 56 a 67

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 48 a 53, 148 a 153 y 202 a 207

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 82 a 87 y 176 a 183



Quiero saber más

Entra en bit.ly/3PT42YO donde se explica y ejemplifica en qué consiste hacer un reparto proporcional.