

Relaciones proporcionales



Contenidos curriculares indispensables: Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.



Antes de empezar

1. Analiza el texto y haz lo que se pide.

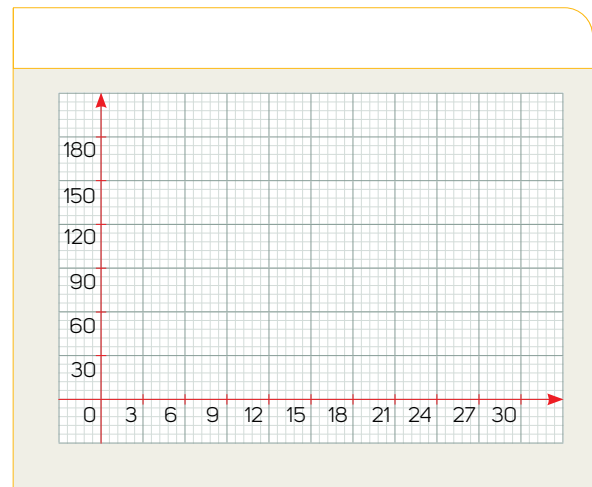
Cuando un objeto recorre una distancia a rapidez constante R , la distancia d recorrida es directamente proporcional al tiempo transcurrido t : $d = Rt$.

Cuando la distancia d es la misma (es constante) y se recorre a distinta rapidez, entonces la rapidez es inversamente proporcional al tiempo transcurrido, y podemos calcularla en función del tiempo: $R = \frac{d}{t}$.

Un camión de carga recorrió cierta distancia a una rapidez constante de 75 kilómetros por hora (km/h) en 12 h. Otros vehículos que viajan a rapidez constante recorren la misma distancia en distintos tiempos, los cuales se registran en la tabla.

- Calcula la constante de proporcionalidad $k = d$. _____
- Escribe a qué es igual la rapidez R . _____
- En la tabla, escribe la rapidez correspondiente a cada tiempo.
- En el plano, traza la gráfica y escribe el nombre de los ejes y un título.

t (h)	R (km/h)
6	
7.5	
9	
12	75
15	
18	
25	
30	



- Un cohete recorre la misma distancia con una rapidez mayor a 1000 km/h. Sin hacer cálculos, estima si tardará más o menos de una hora en hacerlo.

- ¿En qué intervalo de tiempo es mayor la variación de la rapidez: de 6 h a 10 h o de 15 h a 30 h? Responde con apoyo de la gráfica. _____



Repaso lo que aprendí

Representación gráfica de una relación inversamente proporcional

Una relación de proporcionalidad inversa se representa gráficamente en un plano cartesiano mediante una curva. Los puntos (x, y) de la gráfica satisfacen la relación $y = \frac{k}{x}$, donde k es la constante de proporcionalidad.

La relación representada por esa gráfica se llama **función de proporcionalidad inversa** y se denota $f(x) = \frac{k}{x}$. Significa que el valor de $y = f(x)$ está en función o depende del valor de x ; la expresión “ $f(x)$ ” significa “función de x ”. A x se le llama **variable independiente** y a y , **variable dependiente**.

1. Lee el texto y haz lo que se pide.

En el sistema de engranes de una máquina, el movimiento de una rueda provoca el movimiento de las demás. La expresión que representa la relación del número y de vueltas que da una rueda con el número x de engranes que tiene la rueda es:

$$y = \frac{108}{x}$$

a) Completa la tabla.

Número de engranes (x)	4	8	10		20	30
Número de vueltas (y)				6		
(x, y)	A = (4,)	B = (8,)	C = (10,)	D = (, 6)	E = (20,)	F = (30,)

- b) Ubica los puntos (x, y) de la tabla anterior en el siguiente plano.
 c) Calcula la pendiente de las rectas que pasan por los puntos indicados.

A y B: _____

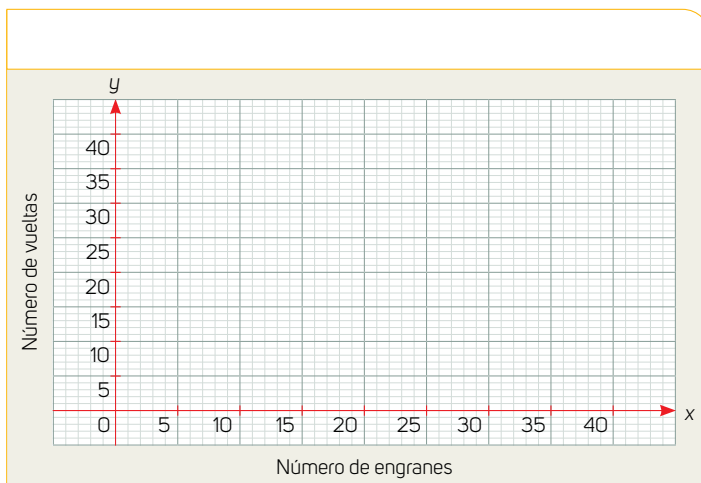
A y C: _____

A y D: _____

A y E: _____

A y F: _____

d) En el plano, traza la gráfica que corresponde a la relación entre el número x de engranes que tiene una rueda y el número y de vueltas que da. Agrega el título de la gráfica.



e) Explica cómo son las pendientes que calculaste y cómo se observa eso en la gráfica.

Aprende en casa

bit.ly/3Jpdm45

2. Realiza lo que se indica considerando la relación cuya expresión es $y = \frac{2}{x}$.

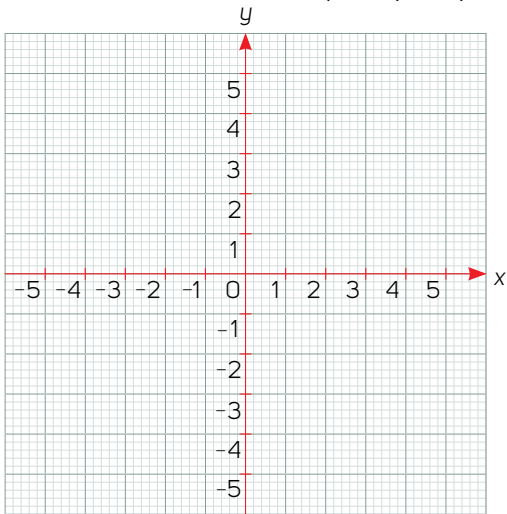
a) Escribe los valores que corresponden a y para cada valor de x que se da en las tablas.

x	0.4	0.5	0.65	1	2	3	4	5
y								

x	-0.4	-0.5	-0.65	-1	-2	-3	-4	-5
y								

b) Traza la gráfica correspondiente.

c) Explica por qué se trata de una relación inversamente proporcional.



d) Describe la gráfica que trazaste en el primer cuadrante del plano.

3. Considera ahora la relación $y = \frac{-2}{x}$ y contesta.

a) Completa la tabla de valores.

x	0.4	0.5	0.65	1	2	3	4	5
y								

x	-0.4	-0.5	-0.65	-1	-2	-3	-4	-5
y								

b) Traza en el plano anterior la gráfica correspondiente.

c) Escribe todas las diferencias y similitudes que encuentres entre esta gráfica y la de la actividad anterior.

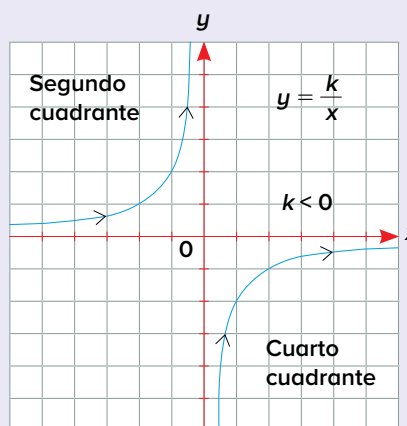
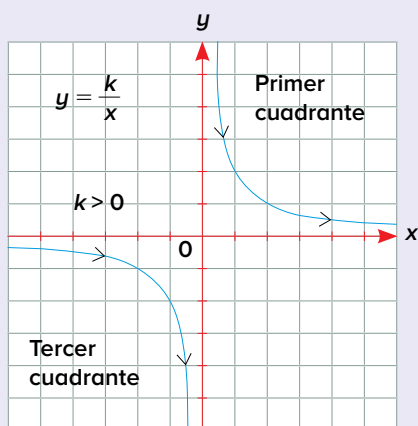
Similitudes: _____

Diferencias: _____

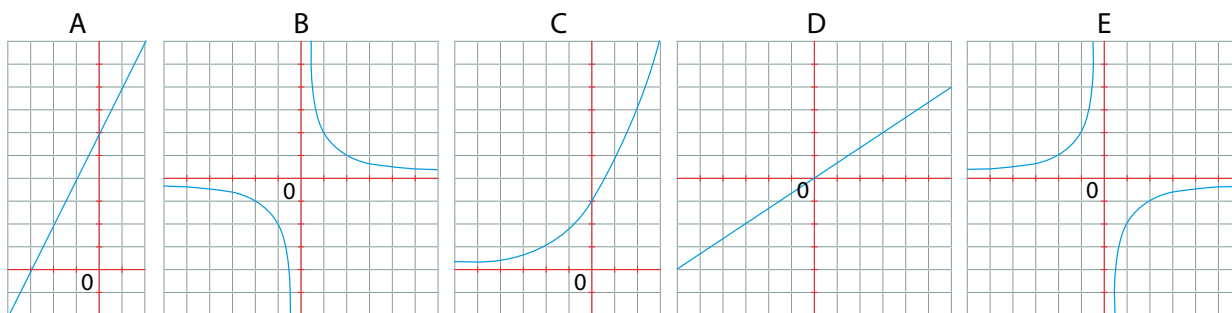
Características de la gráfica de una relación de proporcionalidad inversa

En una gráfica de proporcionalidad inversa, donde $y = \frac{k}{x}$:

- El producto de las coordenadas de cada punto es la constante de proporcionalidad k .
- La curva tiene dos ramas. Cuando $k > 0$, una rama está en el primer cuadrante y la otra en el tercero; y si $k < 0$, una rama está en el segundo cuadrante y la otra en el cuarto.
- Si $k > 0$, la gráfica es **decreciente** ya que conforme crecen los valores de x , los de y decrecen. Y para $k < 0$, la gráfica es **creciente**, al crecer los valores de x , los de y también crecen.
- La gráfica se acerca a los ejes coordenados, pero no los atraviesa.



1. Determina cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una relación de proporcionalidad directa, a una de proporcionalidad inversa, a una variación lineal o a ninguno de los tres tipos de relación.



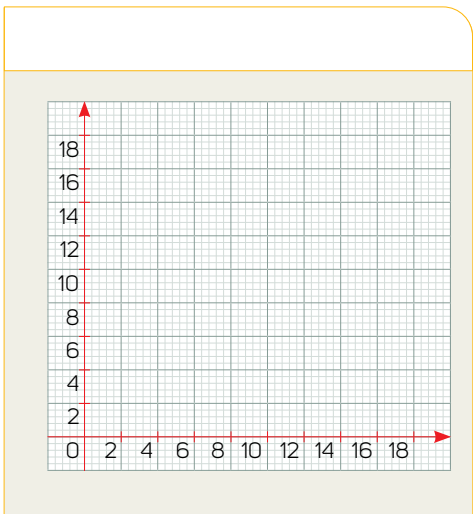
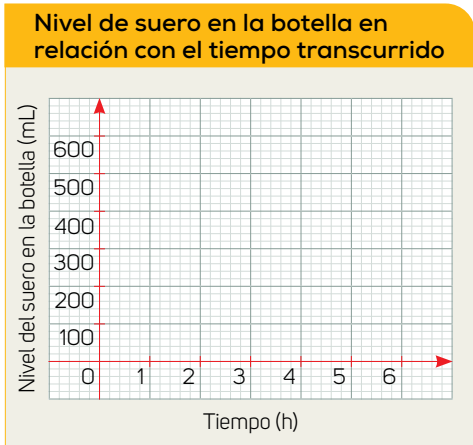


Quiero saber más

Ingresa al sitio bit.ly/3cRPXvX selecciona “Regla de tres inversa”, en “Proporcionalidad inversa”. En la página que se abre, analiza la información y el problema planteado, además de su solución. ¿Por qué la relación entre las magnitudes es inversamente proporcional?

2. Analiza la situación y haz lo que se indica.

En un hospital se coloca suero por vía intravenosa a un paciente. Después de una hora, el nivel del suero en la botella estaba en 600 mL, y cuando habían transcurrido cuatro horas, estaba en 150 mL.



a) ¿La relación entre el número x de horas transcurridas y el nivel y del suero en la botella es inversamente proporcional?

_____ ¿Por qué?

b) Traza la gráfica que representa la relación.

c) Si la botella se retiró del paciente cuando el nivel del suero llegó a 120 mL, ¿durante cuántas horas recibió la sustancia?

3. Analiza el problema y responde.

En un deportivo, cuatro llaves tardan 12 horas en llenar una alberca. Si todas las llaves arrojan la misma cantidad de agua, ¿cuánto tiempo tardan en llenar la alberca siete llaves?

a) ¿Qué tipo de relación hay entre el número de llaves y el tiempo que tardan en llenar el depósito? _____

b) Anota la expresión que describe esta relación. _____

c) Traza la gráfica que corresponde y ubica el punto cuyas coordenadas solucionan el problema. Agrega un título a la gráfica.



Quiero saber más

Usa este recurso bit.ly/3S1BCZa para observar lo que ocurre al modificar el valor de una variable inversamente proporcional a otra.

Identificación de una relación de proporcionalidad inversa

La relación entre magnitudes inversamente proporcionales se utiliza para modelar fenómenos de la física y otras ciencias, así como en distintos contextos sociales, económicos y empresariales.

Para identificar si un problema planteado en cualquier contexto corresponde o no a una relación de proporcionalidad inversa, puedes hacer lo siguiente:

1. Analiza el enunciado hasta que lo tengas totalmente claro.
2. Identifica las magnitudes involucradas.
3. Registra los datos proporcionados.
4. Verifica si se cumple que el producto de las magnitudes es constante; si se trata de una gráfica, revisa si el producto de los valores de las coordenadas de los puntos es constante.

1. Lee y contesta.

La presión es la fuerza que ejercen un gas, un líquido o un sólido sobre una superficie. En el caso de un gas encerrado en un recipiente, la presión es la fuerza que ejercen las partículas del gas sobre las paredes del recipiente. En ciertas condiciones, al mantener fija la cantidad de gas (el número de partículas del gas) y a una temperatura constante, la presión del gas depende solo del volumen del recipiente.

Si el volumen aumenta, las partículas se separan más entre sí y la presión que ejerce el gas disminuye. La ley de Boyle establece que, en estas condiciones, la presión que ejerce el gas es inversamente proporcional al volumen del recipiente en que se encuentra. La presión se mide en atmósferas (atm) y el volumen de un recipiente se mide en decímetros cúbicos (dm³), lo que equivale a medirlo en litros, pues 1 dm³ es equivalente a 1 L.

P es inversamente proporcional a V ; así, $PV = k$.

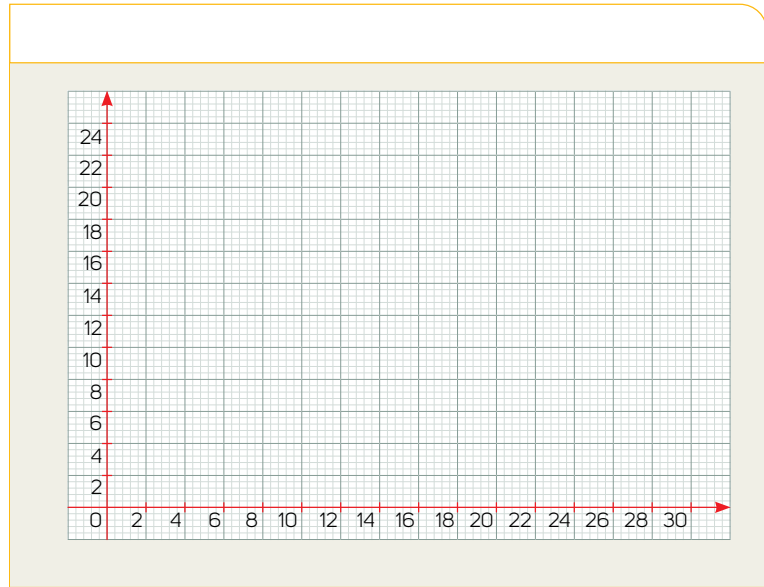
En la siguiente tabla se dan los datos obtenidos en un experimento en el que se midió la presión P que ejerce un gas en recipientes con distinto volumen.

V (L)	6	8	12	16	24
P (atm)	20	15	10	7.5	5

- a) ¿Cuál es la presión del gas en un recipiente de 10 L? _____.
- b) ¿Cuál es la presión del gas en un recipiente de 20 L? _____
¿Y en un recipiente de 30 L? _____
- c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? _____
- d) Completa la expresión algebraica que permite calcular la presión P conociendo el volumen V : $P =$ _____
- e) ¿Cuál debe ser el volumen de un recipiente para que la presión sea de 8 atm? _____



f) Traza la gráfica correspondiente, escribe el nombre de los ejes y un título.



g) Un laboratorista analizó el comportamiento de la presión en recipientes que van de 6 L a 15 L. Otro laboratorista lo hizo con recipientes que van de 20 L a 30 L. Después, los laboratoristas compararon cómo disminuía la presión del gas.

¿En cuál de los dos casos fue más rápido el decrecimiento: en los recipientes de 6 L a 15 L o en los de 20 L a 30 L? _____

2. Lee el texto y responde.

La máquina de un tren con 12 vagones alcanza, en promedio, una rapidez de 87.5 km/h, pero cuando a la misma máquina le colocan 15 vagones su rapidez promedio es de 70 km/h.

a) ¿Cuáles son las magnitudes involucradas en el planteamiento del problema?

b) ¿La relación entre las magnitudes es directamente proporcional? _____

¿Por qué? _____

c) ¿Es una relación de proporcionalidad inversa? _____ ¿Por qué?

d) ¿Qué rapidez promedio alcanza la misma máquina con 25 vagones?

3. Lee el texto y haz lo que se indica.

El dueño de una fábrica de utensilios de cocina determina, cada trimestre, el gasto de producción de cada uno de sus artículos de la siguiente manera: multiplica el número total de piezas producidas de un mismo artículo por lo que le costó producir cada pieza (lo que llama *costo unitario*).

En la tabla se muestran las variaciones trimestrales del costo unitario de un artículo y el número total de piezas producidas de este.

Trimestre	1	2	3	4
Total de piezas producidas	500	160		400
Costo unitario (\$)	16		25	

- ¿Cuál fue la cantidad de gastos de producción del artículo durante cada trimestre? _____
- Completa la tabla anterior.
- Si aumenta el número de piezas producidas, ¿qué pasa con el costo unitario?

- El fabricante planea mantener sus gastos de producción en la misma cantidad, pero quiere que el costo unitario sea mayor a \$18.45 y menor que \$18.55. Para que esto ocurra, ¿cuántas piezas tendrá que producir el fabricante?

4. Analiza los problemas y haz lo que se pide.

- Un ciclista hace un trayecto de cierta cantidad de metros en 30 segundos manteniendo una rapidez constante de 20 m/s, pero si se traslada a una rapidez constante de 12 m/s, abarca la misma distancia en 50 segundos. ¿Con qué rapidez viaja el ciclista si recorre la misma distancia en 7.5 segundos?

- En un laboratorio se necesitan envasar 800 L de una sustancia. Se tienen recipientes con distintas capacidades. Para su almacenaje se requiere que los 800 L queden en envases con la misma cantidad de litros.
 - ¿Cuál expresión relaciona el número n de envases que se necesitan para envasar los 800 L con su capacidad en litros? _____

 - ¿Cuántos recipientes de 10 L se necesitan para envasar los 800 L? _____ . ¿Cuántos de 20 L? _____ .
 - Si queremos usar un menor número de recipientes, ¿el volumen debe ser mayor o menor de 10 L? _____

Para profundizar en este aprendizaje, puedes consultar:

Matemáticas 2. Espacios Creativos, Editorial Santillana, páginas 210 a 223

Matemáticas 2. Fortaleza Académica, Editorial Santillana, páginas 72 a 77 y 222 a 225

Matemáticas 2. Espiral del Saber, Editorial Santillana, páginas 208 a 221